Photographic Astrometry Techniques

Roberto Alfano



Genoa Astronomical Observatory

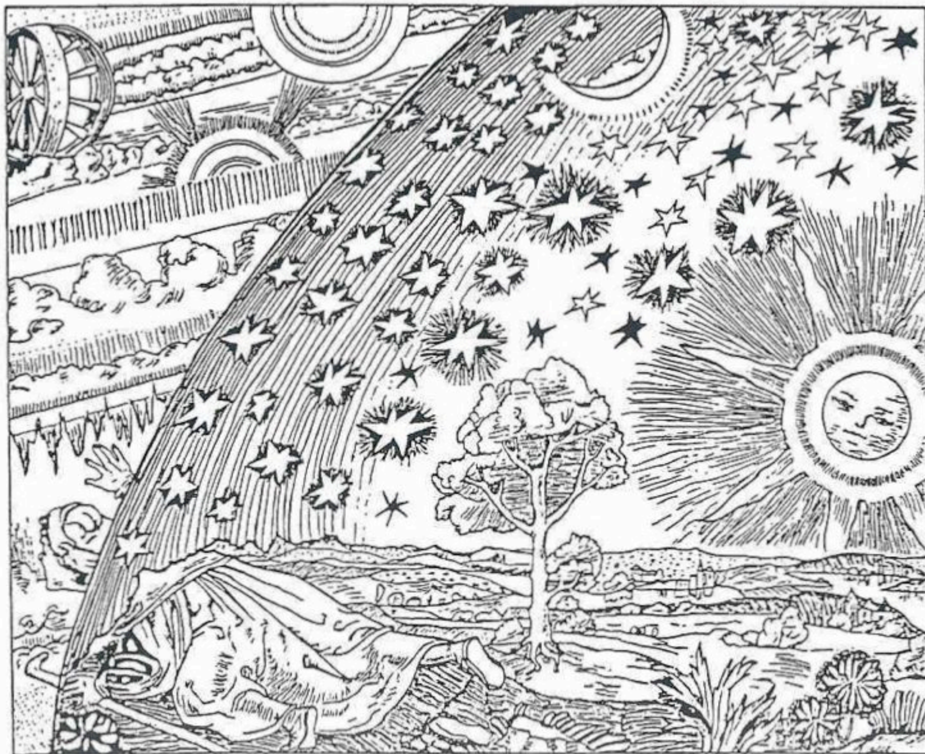
Roberto Alfano

collaborazione di

Luca Maccarini

ASTROMETRIA FOTOGRAFICA

Photographic Astrometry



Genoa Astronomical Observatory

Photographic Astrometry Techniques (Astrometria Fotografica),
Genoa Astronomical Observatory, 1988

Positional Astronomy.

A 124-pages methodological approach to the experimental deduction of equatorial astrometric topocentric positions of newly discovered comets and asteroids. The orbital elements of those objects are always poorly defined, reason why they are prone to be lost. Massive amounts of high quality positions, obtained by worldwide Astronomical Observatories equipped for astronomical positional research are then urgently needed by the International Astronomical Union Commission 20, Minor Planet Center of the Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, at Cambridge, Massachusetts, USA.

The research here presented shows the entire step-by-step measurement and data analysis procedure. Shown also the related software developed by Luca Maccarini. The method of the standard coordinates has been used to provide astrometric topocentric positions for three newly discovered comets to the Minor Planet Center, whose residuals resulted <1.2".

The research was conducted with equipments of the Genoa Astronomical Observatory, codified 974 by the Minor Planet Center of the International Astronomical Union, Commission 20. Positions since then integrated into the orbital parameters of the respective comets and published in the peer-reviewed MPC, Minor Planet Circulars of the International Astronomical Union, ISSN 0736-6884.

This text was peered-reviewed by three professional Astronomers:

prof. Giuliano Romano, Asiago Astronomical Observatory,
prof. Giancarlo Favero, Department of Astronomy of Padua University,
Walter Ferreri, Turin Astronomical Observatory.

and awarded at the scientific contest held on May 1988 at Rozzano (Milan area, Italy).

Internet Archive identification ark:/13960/t0cv7pz9n

Open Library identification: OL25649531M

Image cover:
(credit ESO, European Southern Observatory/E. Slawik) Comet C/1995 O1 Hale-Bopp, on March 14, 1997. On this photo obtained with a telelens, the dust tail fans out to the right, while the bright, well separated blue ion tail is pointing straight away from the Sun. The techniques described in this text are necessary to establish the orbit for all minor bodies of the Solar Systems, asteroid and comets, like this.

La maggior parte delle attrezzature utilizzate è stata messa a disposizione dall'Università Popolare Sestrese.

Un ringraziamento particolare ai soci UPS signori Chiodo G., Gambino G. e Montaldo G.
Preziosi suggerimenti sono venuti dal signor Colombini E. dell'Osservatorio San Vittore.

Talune fonti bibliografiche sono state gentilmente fornite dai signori Marx R. e Schrodt dell ai noptik Jena GmbH e dal signor Bayer T. F. della Carl Zeiss S.p.A.

A tutti, il senso della nostra gratitudine.

I N D I C E

INTRODUZIONE

a. Perché l'astrometria fotografica ?

L'astrometria fotografica è un insieme di metodiche tese a stabilire la posizione celeste di astri appartenenti o meno alla famiglia di oggetti orbitanti nel Sistema solare.

Brian G. Marsden, in un articolo apparso nel 1982, invitava i lettori a contribuire attivamente all'opera del Central Bureau for Astronomical Telegrams dell'International Astronomical Union, facendo pervenire posizioni astrometriche di comete ed asteroidi: da queste vengono dedotti i parametri orbitali necessari al calcolo delle effemeridi.

Nell'epoca di attrezzature altamente specializzate ed efficienti quali le PDS, COSMOS e GALAXY, dedicate all'analisi astrometrica e fotometrica delle lastre, l'articolo di Marsden indicava l'esistenza di uno spazio operativo anche per osservatori privi di strumentazione professionale.

Decisiva per la selezione del settore di interesse fu allora l'introduzione di una macchina professionale Carl Zeiss (utilizzabile senza difficoltà quale misuratore di lastre), a seguito della quale iniziò una fase preliminare dello studio dedicata alla compilazione dell'algoritmo "Astrometric 1.0" che tutta la riduzione dati doveva eseguire.
Inoltre, lo stesso sito osservativo a nostra disposizione, ostico versi campi di studio diversi dal solare, planetario ed astrometrico, fu elemento di non secondaria importanza nella scelta.

Il I capitolo di questo scritto affronta il problema astrometrico fotografico dal punto di vista teorico, scendendo nei dettagli del "Metodo delle coordinate standard" da noi adottato.

Il II capitolo è dedicato alla strumentazione usata per produrre i dati: da questo punto di vista, vi compare anche l'algoritmo "Astrometric".
Accorgimenti di esposizione fotografica e sviluppo dei negativi, tecniche di individuazione e selezione delle stelle del campo, procedure di misura e contenuti dei telex astrometrici: tutti questi temi sono trattati nel IV capitolo.

Il V capitolo verte sull'analisi di misure astrometriche, analisi unicamente tesa a valutare lo scarto medio delle posizioni.
L'estensione qui attribuita a talune questioni statistiche è motivata da finalità didattiche.

i. Flowchart della Ricerca.

Alla pagina successiva è riprodotto un diagramma di flusso da Balestrieri, R. 1984, p. 17. Nella realizzazione di questo studio si è seguita quasi ovunque la successione logica illustrata in quell'articolo: grazie a ciò taluni errori sono stati evitati e tempo risparmiato.

La durata complessiva dell'opera è stata limitata a circa diciotto mesi.

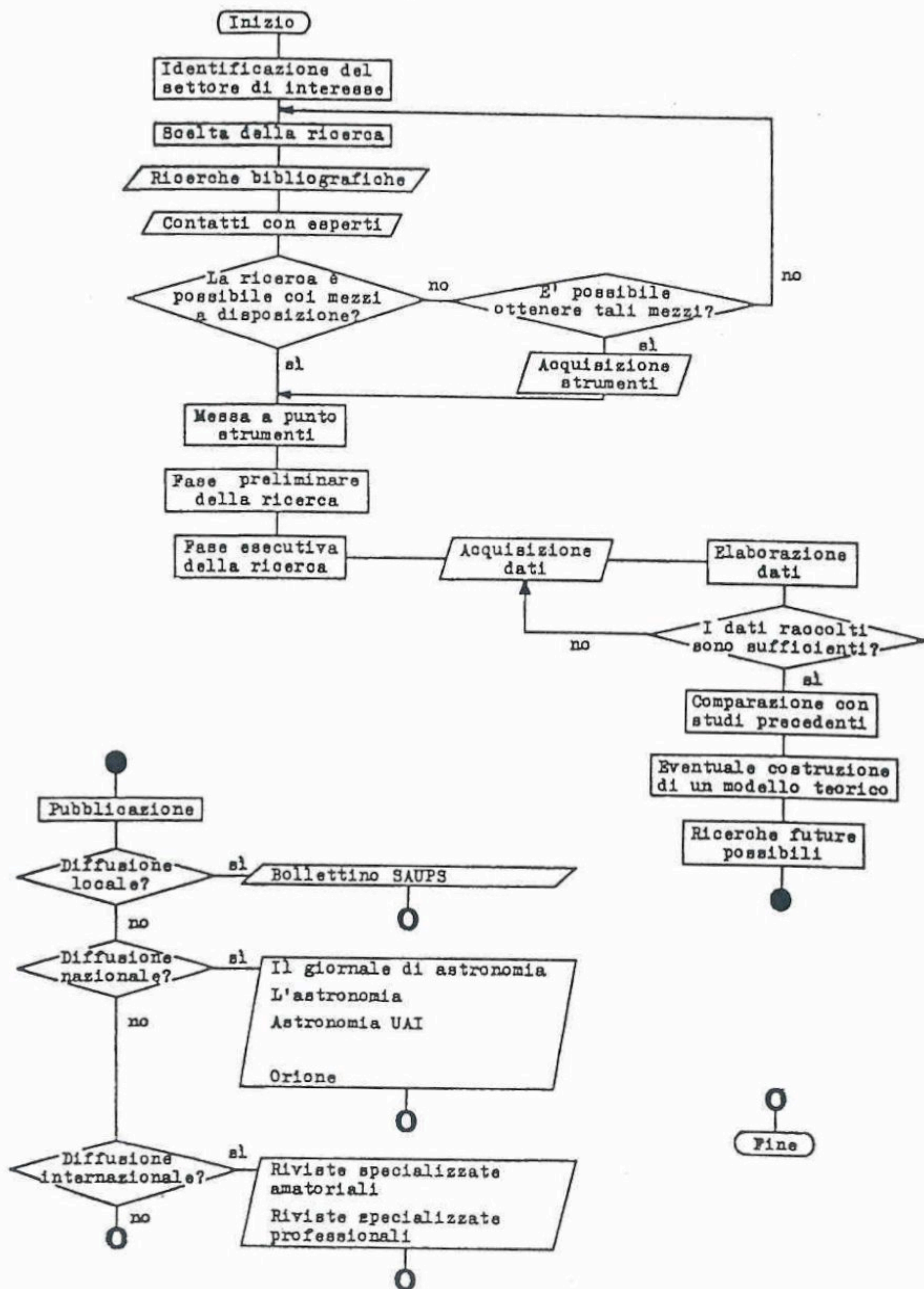
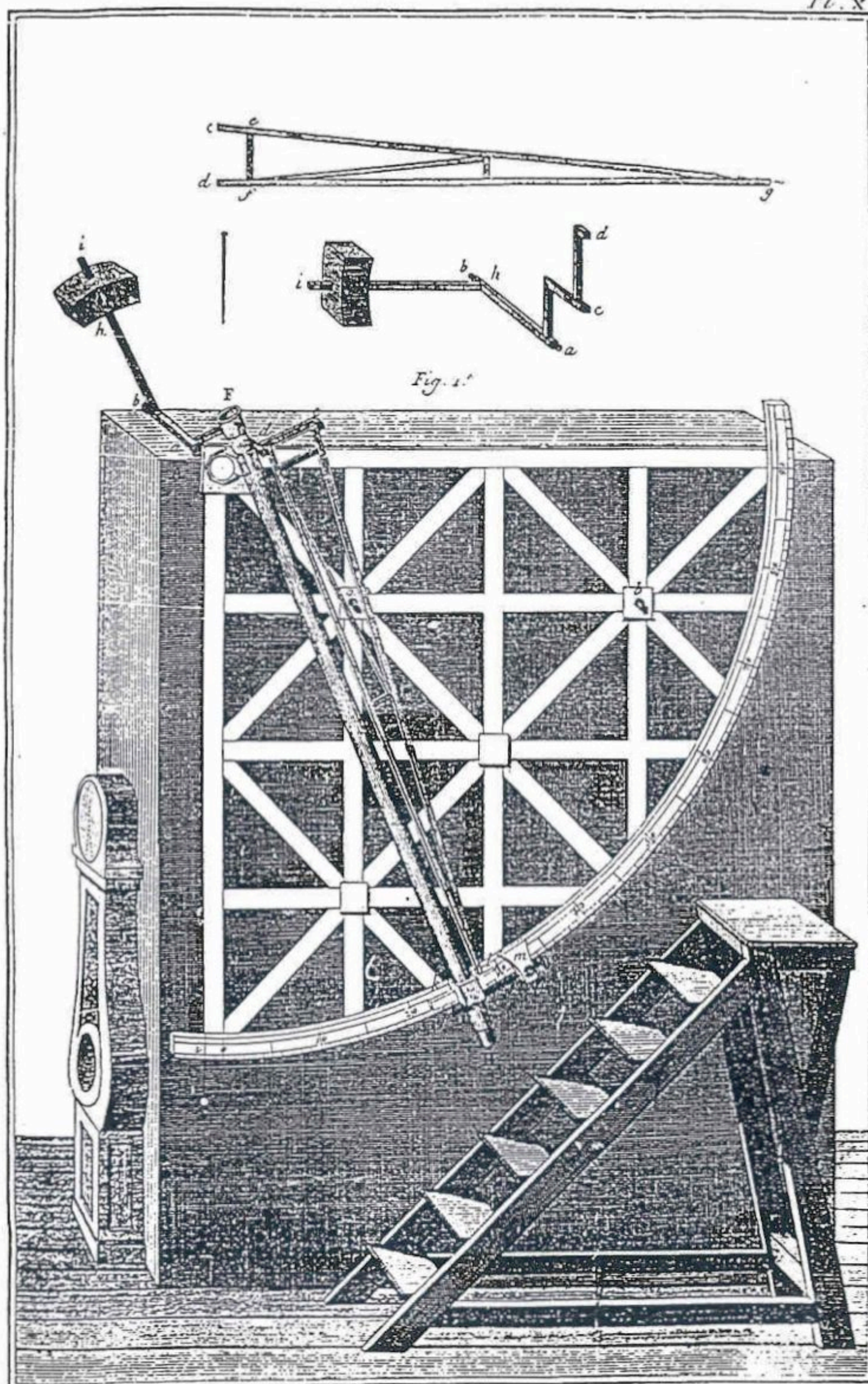


Fig. 1 - Diagramma di flusso della Ricerca: realizzazione e pubblicazione



Capitolo I
TEORIA

a. Metodi di riduzione a confronto.

Nel seguito verranno introdotti alcuni dei metodi elaborati per dedurre le coordinate equatoriali di un astro da quelle di altri e da misure micrometriche su pellicola o lastra fotografica delle posizioni relative.

i. Metodo di interpolazione.

E' il più semplice metodo di riduzione. Le differenze di ascensione retta e declinazione vengono poste in relazione a quelle delle coordinate rettangolari misurate. Alle ascensioni rette vanno applicate le correzioni per la declinazione, in modo da esprimere ΔRA e ΔDEC con la stessa unità di misura angolare.

Non seguiremo questo metodo per ottenere le coordinate astrometriche osservate RAo, DECo dei corpi minori, data la notevole imprecisione delle previsioni rispetto ai limiti massimi di scarto imposti dal Central Bureau for Astronomical Telegrams.

ii. Metodo delle dipendenze.

Il metodo delle dipendenze, o metodo di Schlesinger, trova frequente applicazione astrometrica nelle osservazioni compiute con telescopi di lunga focale (vedi Kamp, P. van de 1963, p. 499); qui verrà solo brevemente delineato data la nostra scelta di adottare il successivo metodo delle coordinate standard.

Nel metodo delle dipendenze il numero n di stelle di confronto deve sempre essere maggiore o uguale a due. Come si può vedere dal grafico di fig. 2 dedotto dai dati di tab. 1 (Ibid., p. 504), il guadagno in accuratezza posizionale è svantaggioso per $n \geq 5$, a fronte del lavoro di misurazione che va eseguito.

Inoltre, l'adozione stessa di astrografi a lunga focale limita a quattro il numero delle stelle di riferimento solitamente reperibili nel campo.
La riduzione segue dalla considerazione del fatto che le coordinate rettangolari Xo, Yo dell'astro di posizione ignota devono essere funzioni lineari delle

coordinate Xi, Yi (i=1, 2, ..., n) delle stelle di confronto, del tipo:

$$\begin{cases} Xo = D1\ X1 + D2\ X2 + \dots + Dn\ Xn \\ Yo = D1\ Y1 + D2\ Y2 + \dots + Dn\ Yn \end{cases} \tag{1}$$

ove Di sono le dipendenze, soddisfacenti la condizione:

$$\sum_i Di = 1$$

Il loro significato geometrico può essere colto osservando l'esempio grafico di fig. 2a: i vertici del triangolo sono occupati da n = 3 stelle di confronto mentre in A si trova il corpo minore. Tracciando i segmenti che uniscono i vertici S1,S2,S3 con A, le dipendenze sono i rapporti fra le aree dei tre triangoli parziali A S2 S3, A S3 S1, A S1 S2 e quella del triangolo S1 S2 S3; le dipendenze risultano indipendenti dal sistema di coordinate.

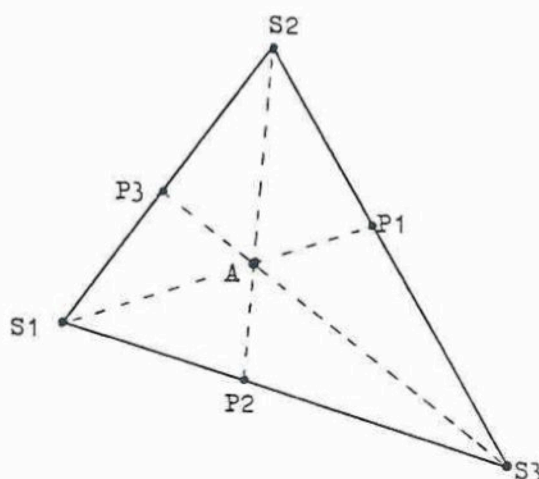


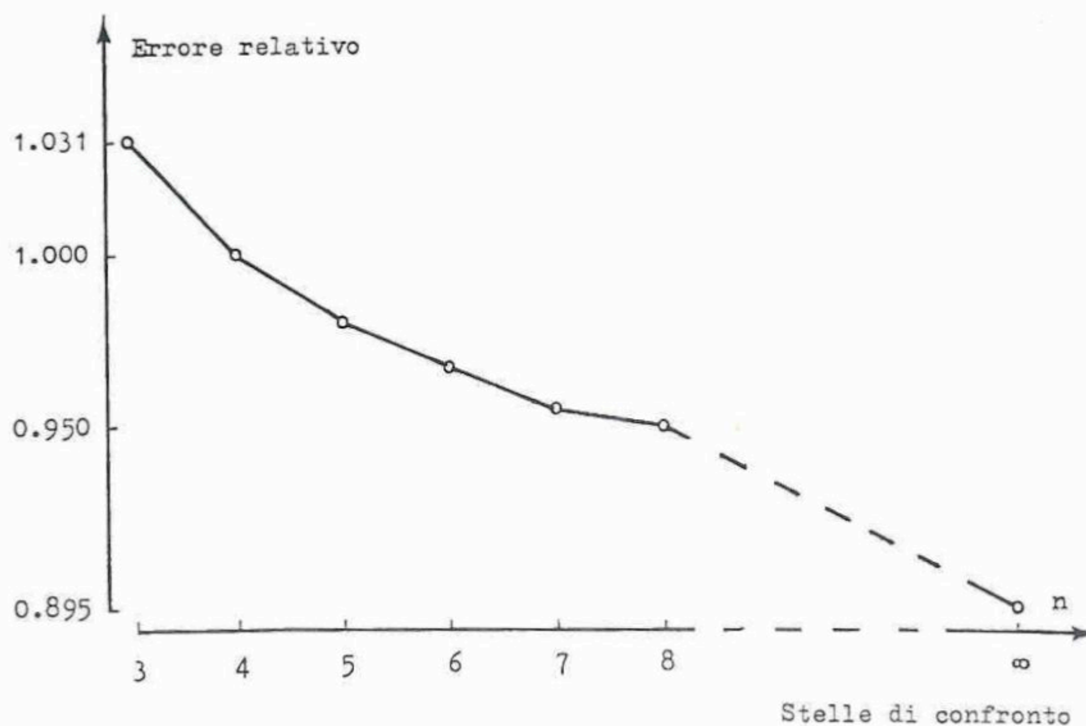
Fig. 2a - Illustrazione del significato geometrico delle dipendenze: i vertici del triangolo sono occupati da stelle di riferimento mentre il punto A ospita l'astro di posizione ignota.

Tab. 1 - Errore relativo in funzione del numero delle stelle di confronto n (tratto da Kamp, P. van de 1963, p. 504).

ACCURACY ON BACKGROUNDS OF THREE AND MORE STARS
(EQUAL DEPENDENCES)

n	Inverse Weight $1+[D^2]$	Relative Error	n	Inverse Weight $1+[D^2]$	Relative Error
3.......	1.333	1.031	7........	1.143	0.956
4.......	1.250	1.000	8........	1.125	0.949
5.......	1.200	0.981	....	....	....
6.......	1.167	0.967	∞.......	1.000	0.895

Fig. 2 - Andamento dell'errore relativo al variare del numero delle stelle di confronto (metodo delle dipendenze).



Le (1) valgono anche per le coordinate tangenziali (Ibid., p. 465); il passaggio alle coordinate sferiche richiede ulteriori operazioni.

Per una esauriente esposizione del metodo delle dipendenze si rimanda a Smart, W. M. 1977, p. 404.

iii. Metodo delle coordinate standard.

Il metodo delle coordinate standard è quello da noi applicato alla determinazione delle coordinate equatoriali osservate di corpi minori, da misure di lastre fotografiche. Introdotto nel 1893 da Turner H. H., nonostante la complessità di calcolo presenta indiscutibili vantaggi in accuratezza.

Centrale è il ruolo svolto dalle coordinate standard ξi ed ηi le quali costituiscono espressione di un sistema di riferimento ideale nel cielo, legato alle coordinate equatoriali RAi, DECi dell'i^{-esimo} astro ed a quelle RAØ, DECØ del punto di tangenza, attraverso le (Ibid., p. 285):

$$tg\ (RAi - RA\emptyset) = \xi i\ sec\ DEC\emptyset\ (1 - \eta i\ tg\ DEC\emptyset)^{-1} \qquad (2)$$

$$cot\ DECi = \xi i\ sec\ DEC\emptyset\ ((\eta i + tg\ DEC\emptyset)\ sen\ (RAi - RA\emptyset))^{-1} \qquad (3)$$

Le coordinate standard sono riferite all'unità di misura rappresentata dalla lunghezza focale dell'astrografo, supposta costante durante la posa.

La loro definizione è puramente geometrica, ignorando errori di orientamento dell'asse η, obliquità degli assi x y, differenza fra le coordinate equatoriali stimate del centro lastra e quelle reali, obliquità dell'asse ottico rispetto al piano della pellicola, cambiamenti della scala di misura del macromicrometro imputabili a variazioni della temperatura ambientale, conseguenze dell'aberrazione e della rifrazione (quest'ultima -vedi tab.2- per regioni celesti di dimensione inferiore ad 1º7 x 1º1, quali quelle da noi studiate, e per distanze zenitali minori di 60°, si può ritenere costante su tutto il campo). Al contrario, le coordinate misurate sulla lastra includono tutte le

Tab. 2 - Riduzione della scala verticale per alcuni valori della distanza zenitale ζ (tratto da Kamp, P. van de 1963, p. 490).

SCALE REDUCTION

ζ	Additional Vertical Scale Reduction	Addition to Sproul Vertical Scale Value	ζ	Additional Vertical Scale Reduction	Addition to Sproul Vertical Scale Value
0°.......	0.00000	0".0000	40°.......	0.00020	0".0038
10.......	.00001	.0002	50........	.00041	.0077
20.......	.00004	.0008	60........	0.00087	0.0164
30.......	0.00010	0.0019			

Tab. 3 - Effetti cromatici indotti da dispersione atmosferica (tratto da Kamp; P. van de 1963, p. 491). Il maggior contributo ad effetti cromatici proviene dalla dispersione nell'atmosfera; la tabella presenta la costante di rifrazione R e la sua dispersione ogni 100 Å. Nell'attività astrometrica l'intervallo spettrale(proprio di ogni astro) va ridotto per quanto possibile, sì da avere immagini prossime alla monocromaticità.

ATMOSPHERIC DISPERSION

λ (Å)	R	Dispersion per 100 Å	λ (Å)	R	Dispersion per 100 Å
4000......	61".34	−0".108	6500.......	60".06	−0".021
4500......	60.89	− .072	7000.......	59.96	− .017
5000......	60.58	− .050	7500.......	59.89	− .014
5500......	60.33	− .037	8000.......	59.83	−0.011
6000......	60.19	−0.028			

conseguenze delle imperfezioni strumentali e sferiche. Combinando i diversi effetti si ottengono relazioni lineari del tipo

$$\begin{aligned} \xi - x &= a\,x + b\,y + c \\ \eta - y &= d\,x + e\,y + f \end{aligned} \qquad (4)$$

per ogni stella del campo celeste inquadrato.
Nelle (4) a, b, c, d, e, f sono piccole quantità, dette costanti di lastra, legate in vario modo alle imperfezioni di cui sopra. Essendo in numero di tre le incognite per ognuna delle equazioni, si deduce la necessità di avere almeno tre stelle di riferimento.

La successione logica delle operazioni da eseguire per calcolare le coordinate equatoriali astrografiche topocentriche del corpo minore, è sintetizzata in fig. 2b.

Epoca del catalogo stellare e della foto; componenti annue di moto proprio.

$(T_1; T_2)$; $(\mu_{RA,T}, \mu_{DEC,T})$

Coordinate equatoriali delle stelle di confronto, all'epoca del catalogo.

$(RA_{T,i}, DEC_{T,i})$

↓

Coordinate equatoriali del centro lastra.

(RAØ, DECØ)

Coordinate equatoriali delle stelle di confronto, all'epoca della foto.

(RAi, DECi)

↓

Coordinate standard delle stelle di confronto.

$(\xi i, \eta i)$

Lunghezza focale e coordinate rettangolari delle stelle di confronto.

F; (Xi, Yi)

↓

Costanti di lastra.

(a, b, c, d, e, f)

Coordinate rettangolari del corpo minore, sulla lastra.

(Xo, Yo)

↓

Coordinate standard del corpo minore.

$(\xi o, \eta o)$

↓

Coordinate equatoriali astrometriche topocentriche del corpo minore.

(RAo, DECo)

Fig. 2b - Dati di partenza e grandezze intermedie via via calcolate per giungere alle coordinate equatoriali astrografiche topocentriche del corpo minore.

b. Il metodo delle coordinate standard ad $n \geq 3$ stelle di confronto.

Nel seguito verrà sviluppata un'applicazione pratica, ad $n \geq 3$ stelle di confronto, del metodo delle coordinate standard precedentemente introdotto.

Sarà seguita principalmente la traccia espositiva che appare in Marsden, B. G., & Roemer, E. 1982, p. 713 ed in Marsden, B. G. 1982, p. 284.

Siano (i = 1, 2, ..., n):

$RA_{T,i}$, $DEC_{T,i}$	ascensione retta e declinazione della i^{-esima} stella di confronto, tabulata per l'equinozio del catalogo stellare.
$\mu_{RA,T}$, $\mu_{DEC,T}$	componenti annue di moto proprio stellare in ascensione retta e declinazione, tabulate per l'epoca T1 del catalogo.
$\Delta t = T_2 - T_1$	differenza fra l'epoca della foto e quella delle posizioni tabulate nel catalogo stellare.
RAi, DECi	ascensione retta e declinazione della i^{-esima} stella di confronto, all'epoca della foto.
Xi, Yi	coordinate rettangolari misurate sulla lastra fotografica.
ξi, ηi	coordinate standard della i^{-esima} stella di confronto.
RAØ, DECØ	coordinate equatoriali approssimative del centro lastra, desunte dal SAO Star Atlas.
F	focale effettiva dell'ottica utilizzata.
a, b, c, d, e, f	costanti di lastra.
RAo, DECo	coordinate equatoriali astrometriche topocentriche, osservate all'epoca T_2 della foto e riferite all'equinozio T_1 del catalogo stellare, per l'oggetto celeste in esame.
Xo, Yo	coordinate rettangolari misurate sulla lastra dell'oggetto di posizione celeste ignota.
ξo, ηo	coordinate standard del corpo minore in esame.

Il primo passo consiste nell'aggiornare all'epoca T_2 della foto le coordinate

equatoriali delle stelle di confronto, per tener conto del moto proprio:

$$RAi = RA_{T,i} + \mu_{RA,T}\ \Delta t$$

$$DECi = DEC_{T,i} + \mu_{DEC,T}\ \Delta t$$

A questo punto, per ogni stella di confronto si calcolano le grandezze:

$$Hi = \text{sen DECi sen DEC}\emptyset + \cos \text{DECi} \cos \text{DEC}\emptyset \cos (\text{RAi} - \text{RA}\emptyset) \qquad (5)$$

$$\xi i = (\cos \text{DECi sen} (\text{RAi} - \text{RA}\emptyset))/\text{Hi} \qquad (6)$$

$$\eta i = (\text{sen DECi} \cos \text{DEC}\emptyset - \cos \text{DECi sen DEC}\emptyset \cos (\text{RAi} - \text{RA}\emptyset))/\text{Hi} \qquad (7)$$

i. Applicazione del principio dei minimi quadrati.

Come visto al par. a. iii. precedente, dobbiamo ora risolvere i due sistemi sovrabbondanti di n equazioni nelle tre incognite (a,b,c) e (d,e,f):

$(i = 1, 2, \ldots, n;\ \ n \geq 3)$

$$a\ Xi + b\ Yi + c = \xi i - Xi\ F^{-1} \qquad (8)$$

$$d\ Xi + e\ Yi + f = \eta i - Yi\ F^{-1} \qquad (9)$$

Le costanti di lastra trovate verranno in seguito utilizzate per determinare le coordinate standard (ξo, ηo) del corpo minore in esame, da cui le coordinate equatoriali cercate (RAo, DECo).

Riflettiamo ora sulle grandezze che compaiono nella (8): se le coordinate rettangolari misurate sulla lastra (Xi,Yi), la coordinata standard ξi e la focale effettiva F fossero note con precisione infinita, da una terna di equazioni sarebbe possibile dedurre il valore delle costanti di lastra. Le rimanenti (n - 3) equazioni verrebbero soddisfatte dai valori calcolati delle incognite.

Tuttavia le grandezze (Xi, Yi, ξi, F) sono affette da errori osservativi e nessuna delle altre (n - 3) equazioni sarebbe strettamente soddisfatta dai valo

ri trovati delle costanti di lastra. In altri termini, per queste relazioni, il residuo

$$a\,X_i + b\,Y_i + c - \xi_i + X_i\,F^{-1} = R_i$$

sarebbe non nullo. Non avendo motivi per preferire una delle possibili soluzioni che in questo modo possono essere ottenute, è ragionevole pensare che ci approssimeremo maggiormente al valore vero prendendo in considerazione l'intero sistema di equazioni. In tal caso l'effetto degli errori casuali nei valori di (X_i, Y_i, ξ_i, F) viene sensibilmente ridotto.

Abbiamo appena visto essere impossibile trovare un gruppo di costanti di lastra (a,b,c) che verifica rigorosamente tutte le equazioni: cercheremo allora di determinare quei valori che meglio le soddisfano ricorrendo al Principio di Legendre (trattato in tutti i testi di Statistica e Teoria dell'Errore annotati in bibliografia e, nella versione originale in Legendre, A. M. 1959, p. 576), secondo cui è da ritenersi come migliore la terna (a,b,c) che minimizza la sommatoria Q dei quadrati dei residui

$$Q = \sum_{i=1}^{n} (a\,X_i + b\,Y_i + c - \xi_i + X_i\,F^{-1})^2 = \sum_{i=1}^{n} R_i^2 \qquad (10)$$

ove:

Q dipende dai valori assunti da (a,b,c), per cui possiamo scrivere

$$Q = Q\,(a,b,c).$$

$Q = 0$ se tutte le equazioni di condizione sono soddisfatte, altrimenti $Q > 0$.

Perché Q sia minima, deve essere

$$\begin{cases} \partial Q / \partial a = 0 \\ \partial Q / \partial b = 0 \\ \partial Q / \partial c = 0 \end{cases} \qquad (11)$$

e, quindi:

$$\begin{cases} \sum_i Ri \quad \partial Ri \,/\, \partial a = 0 & (12) \\ \sum_i Ri \quad \partial Ri \,/\, \partial b = 0 & (13) \\ \sum_i Ri \quad \partial Ri \,/\, \partial c = 0 & (14) \end{cases}$$

Tenendo poi conto del fatto che i fattori a derivata parziale, a loro volta, equivalgono alle coordinate misurate sulla lastra delle stelle di confronto o ad 1:

$$\partial Ri \,/\, \partial a = Xi \qquad (15)$$

$$\partial Ri \,/\, \partial b = Yi \qquad (16)$$

$$\partial Ri \,/\, \partial c = 1 \qquad (17)$$

Sostituendo questi termini nelle equazioni (12), (13) e (14) e procedendo algebricamente, giungiamo al sistema normale di tre equazioni nelle tre incognite (a,b,c):

$$\begin{cases} a \sum_i Xi^2 + b \sum_i (Xi\ Yi) + c \sum_i Xi = \sum_i (Xi\ \xi i) - F^{-1} \sum_i Xi^2 & (18) \\ a \sum_i (Xi\ Yi) + b \sum_i Yi^2 + c \sum_i Yi = \sum_i (Yi\ \xi i) - F^{-1} \sum_i (Xi\ Yi) & (19) \\ a \sum_i Xi + b \sum_i Yi + c\ n = \sum_i \xi i - F^{-1} \sum_i Xi & (20) \end{cases}$$

$(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Quanto esposto vale anche per il sistema di equazioni di condizione (9), sostituendo ηi alla coordinata standard ξi e (d,e,f) alle costanti di lastra (a,b,c), da cui il sistema normale di tre equazioni nelle tre incognite (d,e,f):

$$\begin{cases} d \sum_i Xi^2 + e \sum_i (Xi\ Yi) + f \sum_i Xi = \sum_i (Xi\ \eta i) - F^{-1} \sum_i (Xi\ Yi) & (21) \\ d \sum_i (Xi\ Yi) + e \sum_i Yi^2 + f \sum_i Yi = \sum_i (Yi\ \eta i) - F^{-1} \sum_i Yi^2 & (22) \\ d \sum_i Xi + e \sum_i Yi + f\ n = \sum_i \eta i - F^{-1} \sum_i Yi & (23) \end{cases}$$

$(i = 1, 2, \ldots, n)$

Una volta ottenuti per via algebrica (vedi cap. II. g. iii.) i valori cercati delle costanti di lastra, risulta possibile risolvere le (24), (25) che un legame stabiliscono fra le coordinate standard, le costanti stesse e le coordinate misurate sulla lastra, rispetto alle coordinate standard del corpo minore:

$$\xi o = a\ Xo + b\ Yo + c + Xo\ F^{-1} \qquad (24)$$

$$\eta o = d\ Xo + e\ Yo + f + Yo\ F^{-1} \qquad (25)$$

avendosi, infine:

$$RAo = RA\emptyset + \mathrm{arctg}\ (\ \xi o\ (\cos DEC\emptyset - \eta o\ \mathrm{sen}\ DEC\emptyset)^{-1}) \qquad (26)$$

$$DECo = \mathrm{arctg}\ ((\mathrm{sen}\ DEC\emptyset + \eta o\ \cos DEC\emptyset)(\xi_o^2 + (\cos DEC\emptyset - \eta o\ \mathrm{sen}\ DEC\emptyset)^2)^{-\frac{1}{2}}) \qquad (27)$$

che sono le coordinate astrometriche topocentriche osservate del corpo minore riferite all'equatore ed equinozio del 1950.0. Alcuna incertezza può derivare dall'impiego della funzione arcotangente nelle relazioni di cui sopra. Nel caso (27) i computer e calcolatori in uso forniscono l'angolo nell'intervallo fra $-\frac{1}{2}\pi$ ed $\frac{1}{2}\pi$ radianti, che è lo stesso delle declinazioni. Per quanto riguarda la (26) una certa indeterminazione del quadrante corretto, pur teoricamente ammissibile essendo le ascensioni rette comprese nell'intervallo $(0 \div 2\pi)$ rad, viene evitata dalla circostanza che il secondo addendo è sempre molto piccolo ($<1°$ ~ 0.017 rad).

ii. Variazione delle componenti di moto proprio tabulate.

Nell'aggiornare all'epoca della foto le posizioni riferite all'equatore, equinozio ed epoca 1950.0 delle stelle di confronto, abbiamo ritenuto nulla la variazione annua delle componenti di moto proprio tabulate sul catalogo. In questa sede verrà motivato tale assunto, delimitandone il campo di applicabilità pratica.

Di fatto, la seguente può essere considerata ipotesi di lavoro accettabile compatibilmente con l'accuratezza dei cataloghi stellari, solo per intervalli di tempo o moti propri stellari piccoli:

$$\frac{d}{dt}\mu_{RA,T} = \frac{d}{dt}\mu_{DEC,T} = 0$$

Chiamando ι l'angolo di posizione del moto proprio totale annuo μ (vedi Zagar, F. 1984, p. 266), si ha:

$$\mu_{RA,T} = \mu \text{ sen } \iota \text{ sec DEC}$$

$$\mu_{DEC,T} = \mu \cos \iota$$

da cui vediamo che le componenti di moto proprio variano in dipendenza della posizione dell'astro. Sviluppiamo le coordinate equatoriali in serie di potenze del tempo, indicando (μ'_{RA}, μ'_{DEC}) le derivate seconde delle coordinate rispetto al tempo, (RA_T, DEC_T) la posizione all'epoca T_1 e (RA_C, DEC_C) quella all'epoca $T_2 = T_1 + \Delta t$.

Si ottiene

$$RA_C = RA_T + \mu_{RA,T} \Delta t + \tfrac{1}{2} \mu'_{RA} \Delta t^2$$
$$DEC_C = DEC_T + \mu_{DEC,T} \Delta t + \tfrac{1}{2} \mu'_{DEC} \Delta t^2 \qquad (28)$$

dove μ'_{RA} e μ'_{DEC} si ottengono dalle ( ):

$$\mu'_{RA} = 2\ \mu_{RA,T}\ \mu_{DEC,T}\ \mathrm{tg\ DEC}_T\ -\ 2R\,\pi'\mu_{RA,T}\ /4.74$$

$$\mu'_{DEC} = -\mu^2_{RA,T}\ \mathrm{sen\ DEC}_T\ \ \cos \mathrm{DEC}_T\ -\ 2R\ \pi'\mu_{DEC,T}\ /4.74 \qquad (29)$$

nelle quali R è la velocità radiale dell'astro in km s^{-1} e π' la parallasse.

Consideriamo il caso reale della stella α CMa (Sirio) la quale, all'epoca ed equinozio del 1950.0, presenta:

$$\begin{aligned} RA_T &= 6^h42^m56^s.741 \\ DEC_T &= -16°38'45''.93 \\ \pi' &= 0''.373 \\ \mu_{RA,T} &= -0^s.0374\ yr^{-1} \\ \mu_{DEC,T} &= -1''.21\ \ yr^{-1} \\ R &= -7.5\ \ km\ s^{-1} \end{aligned}$$

dopo aver convertito in radianti coordinate celesti, componenti di moto proprio e parallasse, dalla (30) deduciamo un moto proprio annuo totale pari a 1".32 yr^{-1}.

$$\mu = (\mu^2_{RA,T} + \mu^2_{DEC,T}) \qquad (30)$$

Risolvendo le (29) avremo la variazione annua delle componenti tabulate di moto proprio stellare. In tab. 4 sono presentate le sudette variazioni per

Δt	$\frac{1}{2}\ \mu'_{RA}\ \Delta t^2$	$\frac{1}{2}\ \mu'_{DEC}\ \Delta t^2$
yr	arcsec	arcsec
4	-0.000 04	-0.000 05
40	-0.004	-0.005
400	-0.4	-0.5

Tab. 4 - Variazione delle componenti tabulate.

alcuni intervalli di tempo Δt, a partire dal 1950. Appare subito evidente l'irrilevanza di queste correzioni per intervalli relativamente brevi: si dovrebbe avere un Δt di circa sessant'anni, perché la correzione in declinazione raggiunga un'entità tale da poterne tenere conto in sede di aggiornamento della posizione.

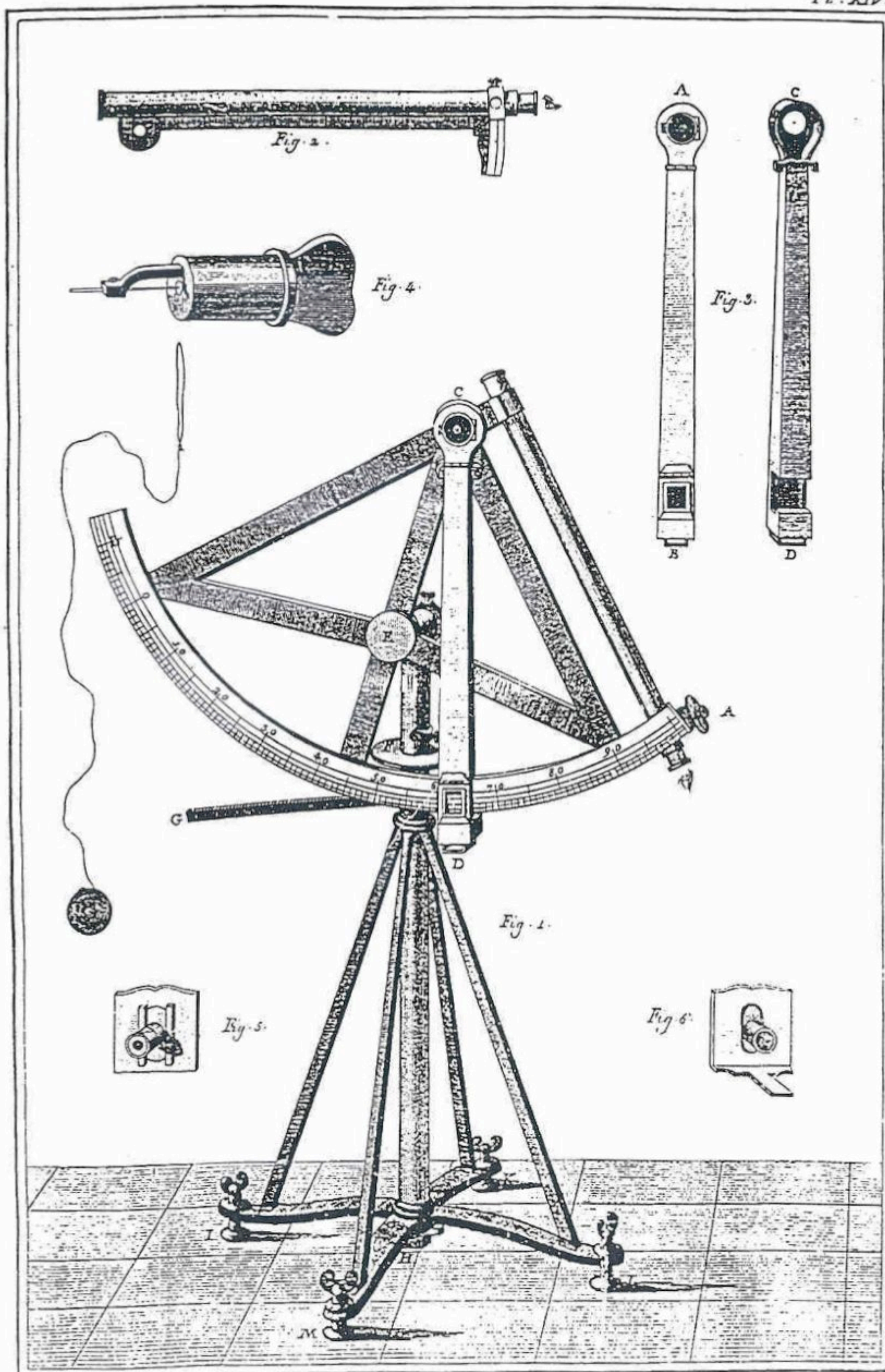
Inoltre la stella Sirio cui il calcolo è riferito, si distingue per il moto proprio annuo totale ben più elevato di quello che normalmente incontreremo selezionando stelle di confronto. Servendoci di astri di magnitudine apparente visuale 8^a e 9^a (posizione questa, che verrà motivata al cap. IV. c. ii.), limiteremo per conseguenza lo studio a moti propri medi inferiori a 0".05, come è possibile verificare osservando la tab. 5 basata su analisi statistiche di van Rhijn (vedi Cecchini, G. 1952, p. 680).

Nel range di magnitudine visuale (8.00 - 9.99) da noi prescelto vi sono, secondo Anderson, J. H. 1969, otto stelle con moto proprio annuo totale ≥ 2".98 yr^{-1}, di cui due decisamente australi e quindi fuori dal nostro campo d'indagine. Rimangono solo: la stella di Barnard, Lalande 21258, O Eridani B, Washington 5583, Washington 5584 e BD +5° 1668.

MOTI PROPRI MEDI

Grandezza apparente	Moti propri medi	
	attorno all'equatore galattico	lontano dall'equatore galattico
3ª	0".103	0".204
4ª	0".115	0".196
5ª	0".066	0".106
6ª	0".058	0".093
7ª	0".041	0".063
8ª	0".028	0".046
9ª	0".020	0".042
10ª	0".016	0".034
11ª	0".013	0".027
12ª	0".008	0".025

Tab. 5 - Moti propri medi annui per diversi valori di magnitudine.



Capitolo II
STRUMENTAZIONE

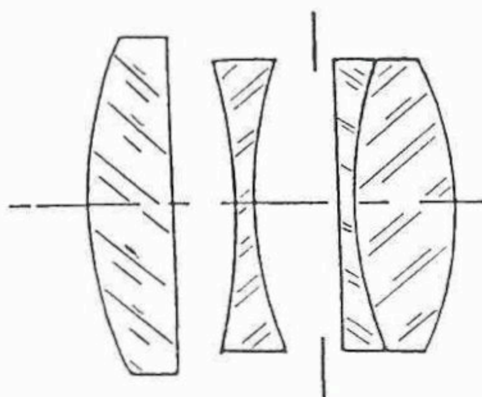
a. Astrografo Aero-Tessar.

L'astrografo sinora utilizzato è un Aero-Tessar, no. di serie MA 1093 R, prodotto alcuni decenni fa dalla Bausch & Lomb Optical Co., Rochester, N.Y., USA, per scopi di ricognizione fotografica aerea militare. Come tale, l'ottica propriamente detta è racchiusa in un massiccio tubo metallico, di forma tronco conica, dotato di sistema per la messa a fuoco a soffietto per lastre fotografiche fino al formato 180 x 240 mm (vedi fig. 4).

Il portalastre originale è stato recentemente sostituito da un attacco a vite 42 x 1 per fotocamera.
L'ottica è di tipo Tessar, il cui schema classico a quattro lenti compare in fig. 3; questo obiettivo presenta definizione migliore del più celebre tripletto anastigmatico Cooke.

La qualità delle immagini stellari ottenute (senza anteporre filtri alla lente frontale) viene al cap. IV. a. i. discussa e raffrontata a quella di altri astrografi professionali.

Passeremo ora in rassegna le principali caratteristiche ottiche della combinazione Aero-Tessar + Pellicola 135:



Classical Tessar

Fig. 3 - Schema ottico Tessar.

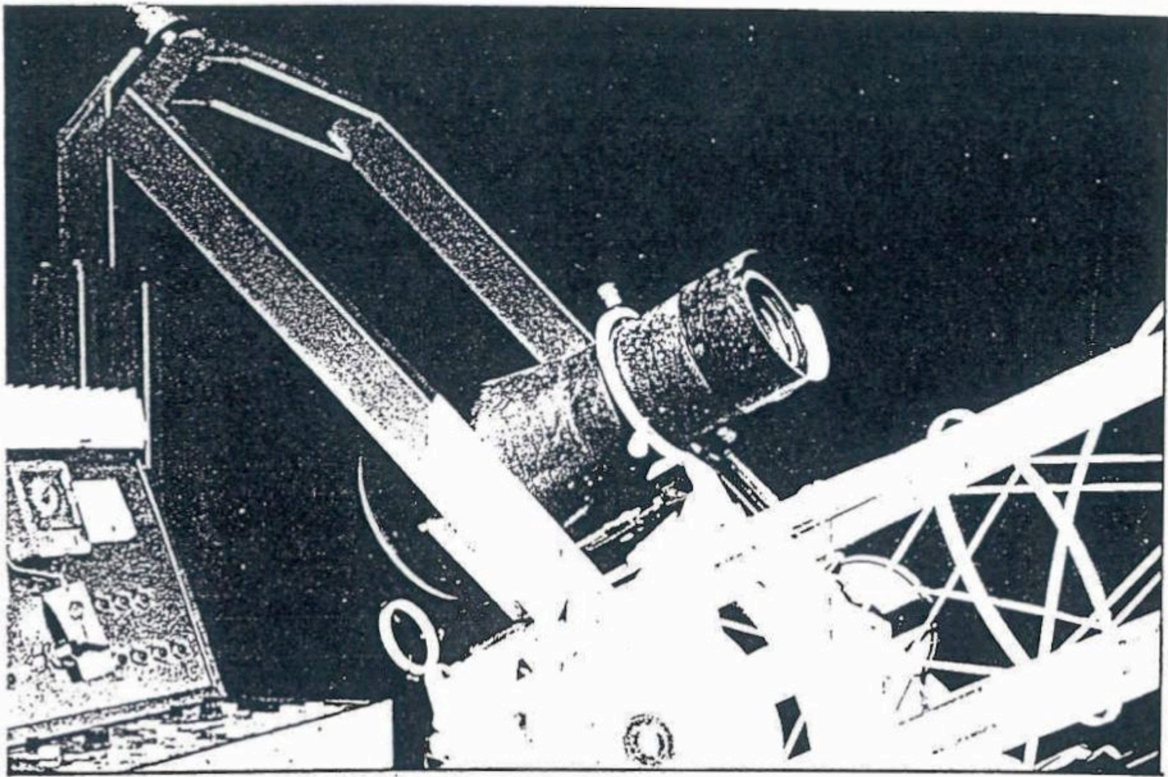


Fig. 4 - La camera fotografica Aero-Tessar della Bausch & Lomb, fissata sul telescopio riflettore di guida.

- Focale nominale:

$$F_n = (61 \pm 1) \text{ cm}$$

- Focale effettiva con duplicatore di focale:

$$F_e = (122 \pm 2) \text{ cm}$$

- Scala effettiva dell'astrografo:

$$S_t = (170 \pm 3)'' \text{ mm}^{-1}$$

- Campo abbracciato su pellicola formato 135.

  La diagonale della pellicola sottende un angolo

$$\vartheta_d = S_t\, d = (120 \pm 2)'$$

  l'angolo sul cateto minore è

$$\vartheta_y = S_t\, y = (67.6 \pm 1.5)'$$

  analogamente, per il cateto maggiore x, avremo

$$\vartheta_x = (100 \pm 2)'.$$

  Chiamando C_a il campo abbracciato, ma non interamente esplorabile in fase di misura per l'attuale limitazione a 30 mm nella corsa della vite micrometrica Zeiss, abbiamo

$$C_a = (68 \pm 3)10^2 \text{ arcmin}^2$$

  da cui un campo effettivamente misurabile

$$C_m \sim 83.3\,\%\ C_a = (1.6 \pm 0.1) \text{ gradi}^2$$

Tenendo conto delle densità stellari medie dei cataloghi di riferimento (vedi cap. III), saranno presenti nel campo effettivamente misurabile 10 astri SAO e 14 astri AGK 3, valori medi questi da considerare solo indicativi per le ragioni in seguito esposte al par. j. vii.

L'astrografo Aero-Tessar è corredato di due filtri, uno giallo e l'altro rosso, e di opportuno attacco per i medesimi. Purtroppo non sono noti importanti parametri fisici degli stessi, come l'indice di rifrazione del materiale n alla lunghezza d'onda λ ed il coefficiente di assorbimento $\alpha\lambda$.

Una scelta razionale della combinazione:

Filtro + Emulsione fotografica

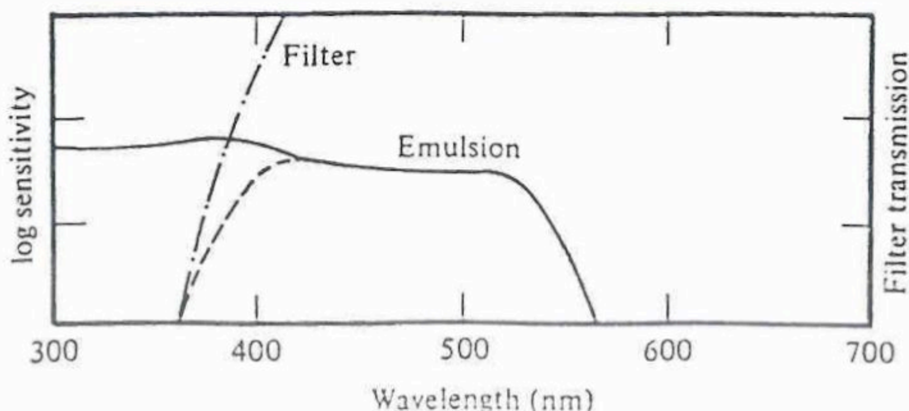
serve a mantenere il range luminoso quanto più prossimo alla lunghezza d'onda corrispondente alla minima lunghezza focale della curva focale (o curva di colore) dell'obiettivo (vedi Kamp, P. van de 1963, p. 491 ed Eccles, M. J. et al. 1983, p. 52), come illustrato in fig. 5 tratta da Eccles, M. J. et al. 1983, p. 53.

La posizione fotografica dell'astro è legata alla distribuzione energetica dello spettro stellare, filtrato attraverso obiettivo, filtro di assorbimento ed emulsione. La lunghezza d'onda effettiva delle immagini stellari dipende dallo spettro e dalla magnitudine. Mediante filtri si stabilisce il limite delle lunghezze d'onda corte per l'intervallo delimitato superiormente attraverso oculata selezione della pellicola fotografica, per la quale si rimanda al par. e. (vedere anche tab. 3, al capitolo precedente).

Una corretta messa a fuoco è necessaria allo scopo di minimizzare i diametri stellari sul materiale sensibile: in genere si procede alla determinazione del valore ottimale eseguendo una serie di esposizioni di prova sullo stesso campo stellare, variando la messa a fuoco di volta in volta della stessa quantità e scegliendo a posteriori, sulla base dell'esame microscopico delle lastre.

Fig. 5

The wavelength range required for an observation can be obtained by selecting an emulsion whose sensitivity cutoff defines the long wavelength limit and combining it with a filter to cut out the shorter wavelengths.



i. Circoli di diffusione luminosa.

Uno degli elementi che contribuiscono alla valutazione della qualità delle immagini stellari ottenute mediante le ottiche Aero-Tessar Bausch & Lomb è la dimensione dei circoli di diffusione luminosa. Nella tab. 6a sono presenti i valori migliori al centro del campo per alcuni astrografi rifrattori.

Astrografo	Apertura (cm)	Apertura relativa f/	Diametro stellare (10 μm)	Diametro stellare (arcsec)	Bibliografia
Sproul	61	17.9	4	0.8	Kamp, P. van de 1963
GPO (ESO)	38.5	10.4	3.0	1.5	Ferreri, W. 1987
Sonnefeld	12.0	4.5	2.5	9.5	Vehrenberg, H. 1970
Aero-Tessar	10.0	12.0	5.0	8.5	Misure degli Autori

Tab. 6a - Diametri stellari sulla lastra ed equivalenti angolari.

L'analisi statistica di misure effettuate su negativi esposti a mezzo dell'astrografo Aero-Tessar, mostrerà nel cap. IV. un elemento già evidenziato nell'opera di van de Kamp citata in bibliografia: l'accuratezza nella determinazione delle posizioni relative di due astri è maggiore (otto volte, nel nostro caso) della dimensione delle immagini stellari sulle lastre.

Al bordo del campo i diametri dei circoli di diffusione luminosa sono stati rilevati pari a (7 ± 1)10 μm, quindi superiori del 40 % rispetto a quelli a centro campo. I diametri delle immagini stellari sono poi compresi nello stesso range di quelli utilizzati nelle ricerche astrometriche del grande rifrattore Sproul, essendo inferiori a 200 μm, per astri di magnitudine visuale

$m_v \geq 6$. Nel esempio offertoci dal campo stellare di fig. 15, i diametri sono stati misurati varie volte e in tab. 6b compaiono le migliori stime del valore vero, con deviazione standard della misura quasi ovunque uguale a 2 micron.

Tab. 6b

Astro	Diametro dell'immagine (micron)
0	159
1	106
2	161
3	160
4	145
5	165
6	163
7	159
8	149
Y	177
X	172
L	196

Le stelle marcate progressivamente 0, 1, ..., 8 e la Y sono state considerate stelle di confronto mentre la X incognita. "L" è un astro di 6^a magnitudine cui la guida è stata diretta durante la posa fotografica, non usato quale astro di riferimento nella riduzione dati.

Nessuna delle centinaia di immagini stellari osservate presso il bordo delle pellicole 24 x 36 mm, presenta coma chiaramente riconoscibile al microscopio (§) :ulteriori indagini sono in corso.

Nota (§):

Ciò non ci stupisce poi molto, date le ridotte (1.9 $gradi^2$) dimensioni del campo abbracciato C_a (vedi Kamp, P. van de 1963, p. 488).

b. Duplicatore di focale.

Il duplicatore di focale è un sistema ottico positivo interposto fra obiettivo e lastra fotosensibile, allo scopo di raddoppiare la scala S_t dell'immagine.

Questa grandezza è legata alla focale effettiva della combinazione ottica adoperata nelle pose, dalla relazione (F_e in millimetri):

$$S_t = 1 \text{ rad } F_e^{-1} = 206264''.8 \ F_e^{-1}$$

Nelle applicazioni astrometriche viene generalmente espressa in arcsec mm^{-1}.

Senza duplicatore di focale, l'astrografo Aero-Tessar Bausch & Lomb condurrebbe ad una scala immagine di circa 340" mm^{-1}, la sua adozione comporta il passaggio al valore di circa 170" mm^{-1}. Ciò implica che un millimetro sulla pellicola sottende un angolo di 170": capire quanto è importante cercare di ridurre questa quantità ai fini dell'accuratezza è immediato. Il limite inferiore dell'errore di posizione dipende dalla precisione delle letture micrometriche δl e dalla scala S_t. Di fatto non è però possibile agire sul valore δl, per cui il minimo errore posizionale è direttamente proporzionale ad S_t:

$$\varepsilon_{min} = \delta l \ S_t \qquad (\delta l = \text{cost.}) \qquad (1)$$

c. Fotocamera.

Quella sinora utilizzata è una comune ed economica Zenith la quale presenta il vantaggio della grande robustezza (pesa 1100 g !) e dell'assoluta mancanza di automatismi asserviti a sensori elettroottici. Questi, nelle pose prolungate, consumerebbero le pile di cui le fotocamere reflex comuni sono dotate.

Prima della sua adozione, non pochi dubbi esistevano sull'efficienza del premipellicola nel mantenere piana la pellicola stessa: l'analisi statistica condotta su alcuni fotogrammi ha mostrato la loro infondatezza.

d. Telescopio di guida.

Il telescopio utilizzato per supportare l'astrografo Tessar durante le pose, è un riflettore Newton con montatura equatoriale inglese a telaio.

Esso compare parzialmente in fig. 4; lo specchio primario ha il diametro di 400 mm mentre la focale è di circa 188 cm. L'unica reale limitazione d'uso dello strumento si rivela nelle esposizioni ad elevate declinazioni, caratteristica del tipo di montatura.

e. Pellicola.

Le pellicole sinora utilizzate sono la Ilford HP5, la XR 100 Agfa e la T-MAX 400 Kodak. Al cap. IV. b. verranno più dettagliatamente visti i risultati.

Sia la T-MAX 400 che la HP 5 sono pellicole a 400 ASA, entrambe hanno ben sostenuto la prova astrometrica. In particolare,è da segnalare la T-MAX 400 che si distingue dalle altre pellicole b/n di pari sensibilità nominale per il potere risolvente di 125 linee mm^{-1}, per la possibilità di sviluppare ad 800 e 1600 ASA senza accrescimento sensibile della grana e per l'elevato contrasto con rivelatori tipo D 76 o Fino ST 33 Ornano.

Il vero salto di qualità deriverebbe però dall'impiego della Technical Pan 2415 prodotta dalla Kodak. Parte delle sue caratteristiche è sintetizzata in tab. 6c (notare il potere risolvente circa quattro volte maggiore di quello delle ormai classiche HP 5 e Tri X) ed in fig. 6, dedotte da Eccles, M. J., Sim, M. E. & Tritton, K. P. 1983, p. 54 e 52.

Nelle applicazioni astrometriche risulta comunque necessario incrementare la sensibilità di questo tipo di pellicola mediante opportune attrezzature e trattamenti.

Importante nel nostro campo d'indagine si rivela essere la stabilità dimensionale dell'emulsione fotosensibile che, essendo saldamente fissata alla pellicola o lastra di vetro, coincide praticamente con quella del supporto. Il coefficiente di espansione lineare del vetro è circa un terzo di quello del

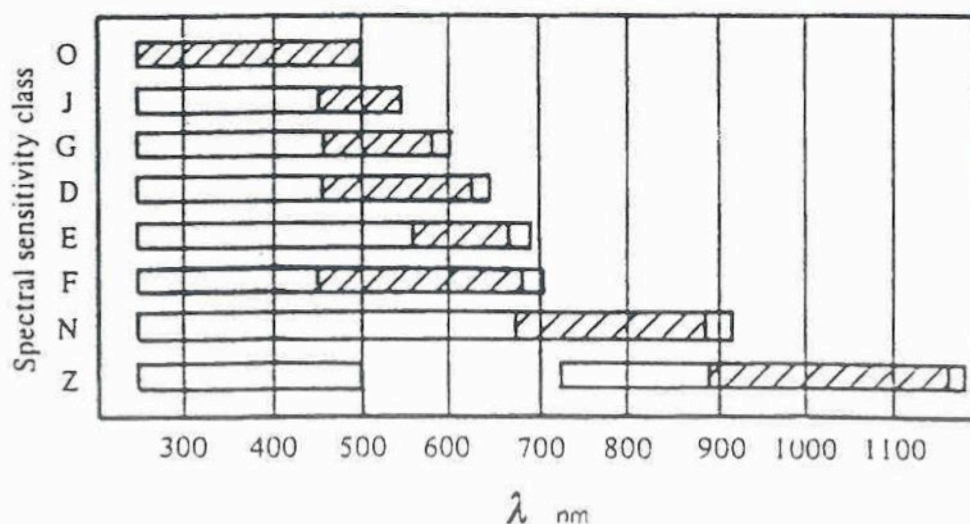
Tab. 6c

Some properties of Kodak emulsions used in astronomical photography and suggested developers for them.

Emulsion	Long wave limit (nm)	RMS granularity (1000 μm^2 area)	Resolving power (line-pairs per mm)	Contrast class	Developer
103a-O	500	0.046	80	Medium	MWP2, 9 mins D19, 5 mins
103a-E	660	0.046	80	Medium	MWP2, 9 mins D19, 5 mins
103a-F	680	0.046	80	Medium	MWP2, 9 mins D19, 5 mins
098	680	0.041	63	Medium	MWP2, 9 mins D19, 5 mins
IIa-O	500	0.038	87	Medium	D76, 15 mins D19, 5 mins
IIa-D	630	0.039	87	Medium	D76, 15 mins D19, 5 mins
IIa-F	680	0.038	100	Medium	D76, 15 mins D19, 5 mins
IIIa-J	550	0.019	200	High	D19, 5 mins
IIIa-F	680	0.018	200	High	D19, 5 mins
I-N	890	0.044	100	High	D19, 5 mins
IV-N	890	0.022	200	High	D19, 5 mins
I-Z	1160	0.040	125	High	D19, 5 mins
Kodak	680	0.009	400	Low	POTA, 10–20 mins
Technical		0.011	320	Medium	HC110-D, 8 mins
Pan Film 2415		0.010		High	D19, 5 mins

Fig. 6

A summary of the spectral sensitivity classes and corresponding class designation letter for currently available Kodak spectroscopic emulsions. The shaded portions indicate particularly useful wavelength ranges. The spectral range of 098 emulsion and Technical Pan 2415 are the same as are shown for class F emulsions.



l'acciaio indurito mentre le pellicole in Estar si avvicinano entro un fattore 2 alla stabilità del vetro: ciò implica che la stabilità termica dimensionale di una fotografia può ben essere maggiore di quella della macchina usata per misurarla. Per quanto riguarda il delicato argomento dell'archiviazione dei materiali già esposti, data la complessità dello stesso, si rimanda agli articoli di Requième, Y. 1986 ed Heudier, J. L. 1986. Infine, un trattamento di sviluppo differente da quello suggerito dai produttori delle pellicole va evitato, potendo causare distorsioni di scala (vedi Eccles, M. J. et al. 1983, p. 16).

f. Misuratore di lastre.

Il misuratore di lastre, detto anche macromicrometro, è uno strumento per la misura di grandezze lineari su pellicola o lastra fotografica.
Quella da noi usata all'uopo è una complessa, costosa e professionale macchina prodotta dalla Carl Zeiss di Jena (oggi Jenoptik Jena GmbH, DDR) per impieghi di laboratorio meccanico di precisione.

La macchina pesa circa 90 kg e poggia su tre piedini di lunghezza regolabile sino all'orizzontalità segnalata da livella a bolla. Il sistema originale per l'illuminazione della pellicola è stato modificato in modo da non riscaldare la stessa deformandola; la luce perviene al piano portapellicola attraverso un otturatore ad iride ed uno specchio fisso. Lo spettro è definibile mediante filtri opzionali.

Il sistema prevede attitudini e potenzialità da noi inutilizzate (vedi AA. VV. 1972) quali: rotabilità del braccio portante il microscopio, micrometro sull'asse y, possibilità di sostituire l'oculare del microscopio con macchine di ripresa fotografica, oculari goniometrici, ecc.

In luogo dell'oculare originale, facciamo uso di un ortoscopico da 12.5 mm con crocicchio, giungendo ad un ingrandimento tanto elevato da rendere al contempo accurata l'attribuzione dei centri stellari e critica la ricerca sulla lastra degli oggetti. Il diametro lineare del campo non supera i 600 micron che, in considerazione della scala S_t dell'astrografo Aero-Tessar sinora adottato, equivalgono ad un angolo celeste di 1!7.

JENOPTIK JENA GmbH · DDR

LARGE TOOLMAKER'S MICROSCOPE

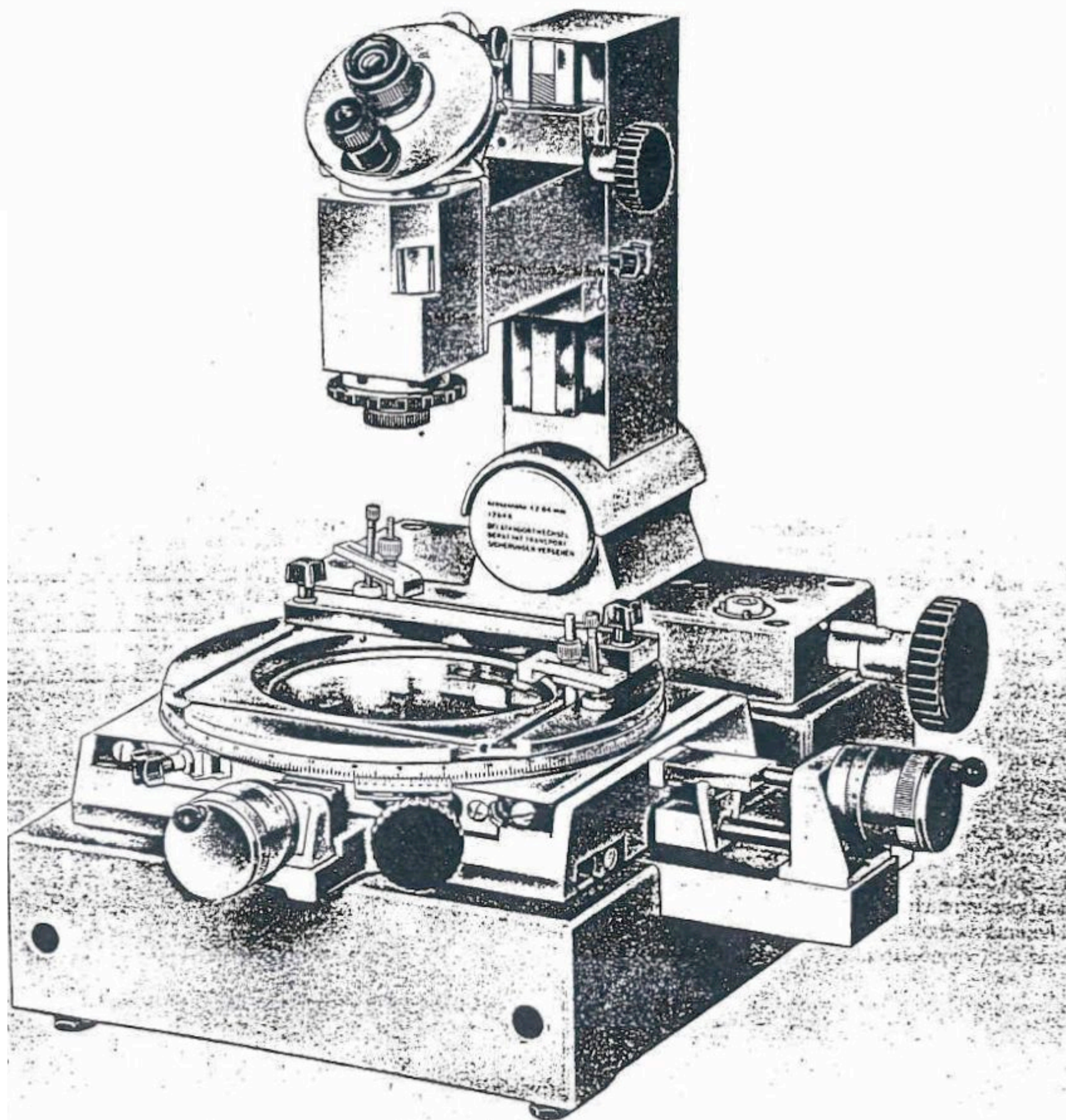


Fig. 7 - Il "Large Toolmaker's Microscope" della Zeiss, ora prodotto dalla Jenoptik.

LARGE TOOLMAKER'S MICROSCOPE

Rugged design guarantees highest precision simple operation long life

Applications

The Large Toolmakers' Microscope is well-known for its versatility and high precision. Its rugged design, high precision and simple operation make it particularly suited for use in the manufacturing industries.
The following measurements can be made by means of the Large Toolmakers' Microscope:

- measurement in two rectangular coordinates
- measurement in polar coordinates
- tool, template, and form gauge angle measurements
- thread measurements
- index testing of racks and other test objects with similar teeth
- pitch measurements of racks and other test objects with similar teeth
- measurements of bore diameters and bore centers
- measurements of profiles, profile sections, contours
- visual inspection of faces and cutting edges
- comparison of actual shape to marked-off profiles

Characteristic features and merits

- The Large Toolmakers' Microscope stands out for
  - rugged design
  - precision guideways
  - general adherence to the comparator principle
- Utilization of optical and mechanical-optical locating methods:
  - silhouette method
  - surface illumination method
  - axial section method
  - measuring by means of double-image eyepiece
  - measuring by means of opto-mechanical feeler

Design features

Basic instrument
The basic instrument consists of the bed, the coordinate measuring table and the tiltable column with locating microscope. Fine adjustment of carriages in X- and Y-direction is possible through two micrometer screws of the coordinate measuring table.

Surface illumination outfit
It serves for illuminating blind holes, milled-out portions, line marks, etc.

Objectives
The standard outfit includes the ×1, ×1.5, ×3, ×5 objectives; the ×10 objective is available as an option.

Center cradle and mechanical setting gauge
The center cradle is secured to the circular table. The mechanical setting gauge is used for precise adjustment of the locating microscopes.

Eyepieces
The ISO 2 dial templet eyepiece and the protractor eyepiece are part of the standard outfit.

Adjustable vee bearings
They accommodate cylindrical parts which cannot be mounted between centers.

Opto-mechanical feeler
This unit is used when it is difficult or impossible to optically locate the object (silhouette method).

Specifications

Scale divisions	
Micrometer screws	0.01 mm
Angular division in the protractor eyepiece	1′
Angular division in the turret eyepiece	10′
Measuring ranges	
X carriage with micrometer screw	0 to 25 mm
with micrometer screw and standards	0 to 150 mm
Y carriage with micrometer screw	0 to 25 mm
with micrometer screw and standards	0 to 50 mm
Maximum distance between centers:	
objects up to a 39 mm diameter	315 mm
objects of a 40 to 85 mm diameter	235 mm
Maximum test object diameter when using vee bearings	130 mm
Dimensions and weights	
Width	600 mm
Length	880 mm
Height (excluding projection system)	550 mm
Complete basic instrument	90 kg

aus Jena

JENOPTIK JENA GmbH

Fig. 8 - Sintesi delle caratteristiche ottiche e meccaniche del "Large Toolmaker's Microscope".

Data la ristrettezza del campo visibile all'oculare, si procede alle misure dopo avere ordinato gli astri nell'ordine crescente di ascensione retta o declinazione, allo scopo di facilitare il riconoscimento ed evitare di "saltare" oggetti.

Dei due micrometri ortogonali di cui lo strumento dispone, si fa uso di quello a destra in fig. 7 (asse x), lasciando l'altro per i soli spostamenti della lastra.

Il tamburo del micrometro ha 200 divisioni per un avanzamento della vite di 1 mm; tenendo conto della finezza delle incisioni ed interpolando (vedi Trevisan, U. p. 24 e Taylor, J. R. 1986, p. 9) l'incertezza delle letture x risulta:

$$\delta x = 0.002 \text{ mm}$$

Tale valore è stato controllato in precedenza mediante analisi statistica (su un campione di 350 misure) tendente a verificare l'ipotesi di costanza del contributo casuale all'errore complessivo su tutto il range misurabile di 30 mm.

Infine, per garantire la planarità delle pellicole, queste vengono inserite fra lastre di vetro pressate (vedi Marsden, B. G. 1982, p. 284).

g. Elaborazione dei dati.

i. Scelta del Sistema Operativo e del linguaggio di programmazione.

La scelta del Sistema Operativo e del linguaggio di programmazione per la stesura di un algoritmo è assai delicata e, talvolta, può risultare determinante in particolari procedure che richiedono una discreta accuratezza e velocità di esecuzione.

Ben consci che l'attuale situazione del mercato informatico impone per lo più la scelta del sistema operativo dei personal computer IBM, ossia MS DOS, si è preferito effettuare l'elaborazione dati utilizzando un computer Commodore 128 (128 K di RAM, processore 8502 a 8 bit - 2 MHz) per motivi di praticità, strettamente connessi ad una macchina d'uso comune, di semplice esercizio e rappresentativa dello standard nella fascia di mercato degli "home computer".

Il Commodore 128, girando sotto CP/M 80, non consente di usare in modo apprezzabile compilatori avanzati come il Fortran o il C (molto indicati per il calcolo di funzioni trigonometriche) per diverse ragioni, quali carenza di memoria RAM, incompletezza delle librerie esistenti, lento debug oltre al problema di reperire questi stessi compilatori sul mercato informatico.

La scelta del linguaggio di programmazione è dunque caduta sull'interprete BASIC v 7.0, prodotto dalla Microsoft nel 1977, di cui la macchina è dotata: completo, potente e dotato di accuratezza soddisfacente nel calcolo in virgola mobile, come si vedrà nel seguito. Tale interprete è oltretutto simile al celebre GW BASIC Olivetti e quindi ad esso facilmente adattabile.

ii. Precisione della procedura.

La precisione di calcolo del Commodore 128 (in virgola mobile) dichiarata dalla Casa, è sulla 8^a cifra decimale con incertezza sulla 9^a cifra. Per controllare velocità e precisione dei calcoli operati dall'interprete, si è utilizzato il benchmark di cui alla tab. 7, dedotto da Kelso, T. S. 1987, p. 309.

```
10 A=1
20 FOR I=1 TO 2499
30 A=TAN(ATN(EXP(LOG(SQR(A*A)))))+1
40 NEXT I
50 PRINT A
60 END
```

Tab. 7 - Benchmark utilizzato per verificare precisione e velocità del computer Commodore 128.

I risultati ottenuti sono molto confortanti, soprattutto se paragonati alle prestazioni di macchine dotate di compilatori avanzati (vedi tab. 8a), rimarcando così l'ottima qualità dell'interprete residente nel Commodore 128.

La mancanza di coprocessore matematico, l'impossibilità di definire variabili ed eseguire calcoli in doppia precisione, possono influenzare l'accuratezza posizionale del corpo minore oggetto d'indagine qualora si trattino angoli minori di circa 5' o maggiori di circa $88^{\circ}.9$. Tuttavia sarà improbabile effettuare astrometria tanto vicino all'equatore od al polo celeste, quindi la carenza anzidetta difficilmente inficierà l'accuratezza delle coordinate osservate RA_o e DEC_o.

I valori angolari in input RA_T, DEC_T, $\mu_{RA,T}$, $\mu_{DEC,T}$ provengono dal SAO Star Catalog. Le posizioni presentano all'epoca attuale una deviazione standard media di circa $0''.5$ e, secondo Gottlieb, D. M. 1978, p. 287, saranno caratterizzate all'epoca 2000 da un $\bar{\sigma} \leq 1''$. Tenendo conto di ciò, è possibile ritenere ininfluente la propagazione dell'errore durante i calcoli, in quanto comporta scarti molto inferiori a $0''.5$ sulle coordinate previste per il corpo minore in questione.

Microprocessore	Clock (MHz)	Interprete sing. prec.	Compilatore doppia prec.	Tempo esec.	Risultato	|Errore relativo|
Z 80A	4	Basic 5.22 Microsoft	-	$4^m 20^s$	2304.86	7.8E-02
Z 80A	4	-	Fortran 3.4 Microsoft	$37^m 7^s$	2499.822509765	7.1E-05
8086	8	-	Turbo Pascal 3.01 MS	$1^m 59^s$	2500.004340	1.7E-06
8086	8	-	Quick Basic 1.00 MS	34^s	2499.999999941009	2.4E-11
8086 + 8087	8	-	Turbo Pascal 3.01 MS	6^s	2500.00000000118	4.7E-13
80286	8	-	Turbo Pascal 3.01 MS	54^s	2500.0046341	1.8E-06
8502 Commodore 128	2	Basic 7.0 Microsoft	-	$4^m 25^s$	2500.00009	3.6E-08

Tab. 8a- Prestazioni di computer e linguaggi di programmazione a confronto. Il valore esatto del benchmark è 2500. Fra i sistemi concorrenti quello che fornisce la risposta meno imprecisa è la combinazione Turbo Pascal 3.01 MS su (8086 + 8087); è notevole verificare che gli eseguibili compilati mediante Quick Basic 1.00 MS sono più accurati di quattro ordini di grandezza e veloci di 3.5 volte rispetto a quelli compilati a mezzo del più quotato Turbo Pascal.

Lista del programma "Astrometric"

```
4 REM ******************************
5 REM *****  ASTROMETRIC  1.0   *****
6 REM *****         DI        *******
7 REM *  L.MACCARINI & R.ALFANO  ****
8 REM ****     30.06.87     *********
9 REM ******************************
10 REM *** SCHERMATA INTRODUTTIVA ***
15 COLOR 0,1:COLOR1,8:COLOR4,1:COLOR5,8
20 GRAPHIC1,1:BOX1,0,0,319,199
25 DRAW1,140,125TO 170,70:DRAW1,170,125 TO 170,70:DRAW1,200,125 TO 170,70
30 BOX1,170,55,180,68,45,1:BOX1,165,52,170,57,45:DRAW1,170,70 TO 180,75:DRAW1,17
8,77 TO 178,73:CIRCLE1,185,65,10,,270:DRAW1,120,50 TO 160,52
40 DRAW1,160,52 TO 145,30:CHAR1,15,4,"*":DRAW1,125,130 TO 155,130:DRAW1,160,135
TO190,135 :DRAW1,195,130 TO225,130
50 CHAR1, 8,10,"A S T R O" :CHAR1,25,10,"M E T R I C"
60 CHAR1,17,18,"BASIC 7.0",1:CHAR1,10,20,"L.MACCARINI & R.ALFANO",1:CHAR1,18,22,
"(1987)",1:SLEEP7:GRAPHIC0,1
160 DIM PY$(24),PX$(40),A(15),D(15),X(15),Y(15),MA(15),MD(15),BX$(40),A1(8,3),B1
(8),AL(12),B(8),AH(4,4)
165 RD=57.29577951    :DG=(4*ATN(1))/180
170 PX$="":FOR I1=1 TO40: PX$(I1)=PX$(I1-1)+"■":NEXT I1
180 PY$="":FOR I1=1 TO24: PY$(I1)=PY$(I1-1)+"■":NEXT I1
185 BX$="":FOR I1=1 TO 40: BX$(I1)=BX$(I1-1)+" ":NEXT I1
190 PRINT"■":GOSUB 6000:PRINT"■"
200 REM **SCHERMATA DATI IN INGRESSO**
205 PRINT"■"PY$(2);PX$(12);"■STELLE CONFRONTO":PRINT"■"PY$(5);PX$(8)"N.
DENOMINAZIONE":OL=8
207 FOR I1=2 TO M+1 :PRINT"■"PY$(OL);PX$(7);I1-1;PX$(9);:INPUT SI$(I1):PRINT"■"P
Y$(OL);PX$(19);" ":OL=OL+2:NEXT I1
208 SI$(0)="****CENTRO  LASTRA****"
209 SI$(1)="***STELLA INCOGNITA***"
210 PRINT"■":PRINTPY$(1);PX$(10);"A S T R O M E T R I C    1.0"
220 FOR S = 0 TO M+1
225 IF S>=1 THEN Z=S-1:ELSE Z=S
228 K=LEN(SI$(S)):H=INT((40-K)/2)
230 PRINT"■";PY$(6);PX$(H);"■";SI$(S)
235 PRINT"■";PY$(9);PX$(8);"A.R.";PX$(16);"DEC."
240 PRINT"■";PY$(11);PX$(5);"  H  M  S";PX$(10);"  0  '  ''"
245 PRINT"■";PY$(12);PX$(3);:INPUT O1$:PRINT"■"PY$(12);PX$(3);" ";PX$(17);:INPUT
 O2$:PRINT"■"PY$(12);PX$(21);" "
250 PRINT"■■"PX$(5);"MP.-> A.R.           MP.-> DEC.":PRINT"■"PX$(9)"''
    ''"
255 PRINT"■"PY$(18);PX$(6);:INPUT O3$:PRINT"■"PY$(18);PX$(6);" ";PX$(19);:INPUT
O4$:PRINT"■"PY$(18);PX$(26)" "
260 PRINT"■■"PX$(8);"P(X/Y) ";:INPUT O5$:PRINT"■"PY$(21);PX$(15);"->":GOSUB 2950
:GOSUB 3800:NEXT S
270 AA=YY-EC:FOR I1=1 TO M:A(I1)=A(I1)+ AA*MA(I1):D(I1)=D(I1)+AA*MD(I1):NEXT I1:
    FAST
280 REM *** CALCOLO POSIZIONE ASTRO **
290 FOR I=1 TO M
300 H(I)=SIN(D(I))*SIN(D(0))+COS(D(I))*COS(D(0))*COS(A(I)-A(0)):NEXT I
310 FOR I=1 TO M
320 Z(I)=COS(D(I))*SIN((A(I)-A(0)))/H(I):NEXT I:GOSUB 7000
325 A=AL(1):B=AL(2):C=AL(3):QC=1
330 FOR I=1 TO M
340 E(I)=(SIN(D(I))*COS(D(0))-COS(D(I))*SIN(D(0))*COS(A(I)-A(0)))/H(I):Z(I)=E(I)
```

```
:NEXT I :GOSUB7000
350 A9=AL(1):B9=AL(2):C9=AL(3)
540 Z9=(X(0)/FO)+A*X(0)+B*Y(0)+C
550 E9=(Y(0)/FO)+A9*X(0)+B9*Y(0)+C9
560 I1=COS(D(0))-E9*SIN(D(0))
561 IF I1=0 THEN 7500
562 RZ=Z9/I1:LZ=ATN(RZ)
563 IF I1<0 AND Z9<0 THEN LZ=LZ+π:GOTO 570
564 IF I1<0 AND Z9> 0THEN LZ=LZ-π
570 I2=A(0)+LZ
575 G1=SQR(Z9*Z9+I1*I1)
580 I3=ATN((SIN(D(0))+E9*COS(D(0)))/G1):I2=I2*RD:IF I2>360 THEN I2=I2-360
585 I2=I2/15
590 I3=I3*RD:HH=INT(I2):MI=(I2-HH)*60:MM=INT(MI):SI=((MI-MM)*60): SS=INT(SI*100)
/100
600 GG=INT(I3):MI=(I3-GG)*60:MP=INT(MI):SI=((MI-MP)*60):MS=INT(SI*1E3)/1E3 : SLOW
610 PRINT"■"PY$(3);PX$(12);"■STELLA INCOGNITA":PRINT"■"PY$(7);PX$(10);"**ASCENSI
ONE RETTA**":PRINT"■"PX$(12);HH;"H";MM;"M";SS;"S"
620 PRINT"■■■"PX$(11);"** DECLINAZIONE **":PRINT"■"PX$(12);GG;"O";MP;"'";MS;"''"
630 END
2900 REM **** SBR CALCOLO A.R. ******
2950 PA=1:J=1:H=0:O1$=O1$+" /"
2955 IF S=0 THEN GOSUB 40000
3000 FOR IO=PA TO LEN(O1$): C$=MID$(O1$,IO,1):IF  C$=" "THEN KK=IO: Z$(J)=MID$(O
1$,PA,KK-1-H):H=KK:IO=LEN(O1$)
3010 NEXT IO:PA=KK+1 :J=J+1:IF J=4 THEN FOR IO=1 TO 3:Z(IO)=VAL(Z$(IO)):NEXTIO:A
(Z)=((Z(1)+Z(2)/60+Z(3)/3600)*15)/RD:GOTO 3100  :ELSE  GOTO 3000
3100 REM ****  CALCOLO DEC. ******
3110 PA=1:J=1:H=0:O2$=O2$+" /"
3120 FOR IO=PA TO LEN(O2$): C$=MID$(O2$,IO,1):IF  C$=" "THEN KK=IO: Z$(J)=MID$(O
2$,PA,KK-1-H):H=KK:IO=LEN(O2$)
3130 NEXT IO:PA=KK+1 :J=J+1:IF J=4 THEN FOR IO=1 TO 3:Z(IO)=VAL(Z$(IO)):NEXTIO:G
OTO 3140:ELSE GOTO 3120
3140 IF Z(1)=0 THEN D(Z)=((Z(1)+Z(2)/60+Z(3)/3600))/RD: GOTO 3300
3150 IF Z(1)>0 THEN D(Z)=((Z(1)+Z(2)/60+Z(3)/3600))/RD:GOTO 3300
3160 IF Z(1)<0 THEN Z(1)=ABS(Z(1)):D(Z)=-((Z(1)+Z(2)/60+Z(3)/3600))/RD
3300 REM **** CALCOLO PREC. A.R. ***
3310 ZN =VAL(O3$):MA(Z)=(ZN/3600)/RD
3500 REM **** CALCOLO PREC. DEC. ***
3510 Z3 =VAL(O4$):MD(Z)= (Z3/3600)/RD
3700 REM **** CALCOLO P(X/Y) ******
3710 IF O5$="" THEN RETURN
3720 FOR I1=1 TO LEN(O5$):TT$=MID$(O5$,I1,1):IF TT$="/" THEN KK=I1:I1=LEN(O5$)
3725 NEXT I1
3730 TE$=MID$(O5$,1,KK-1):X(Z)=VAL(TE$):TU$=MID$(O5$,KK+1):Y(Z)=VAL(TU$):X(Z)=X(
Z)-C1:Y(Z)=Y(Z)-C2:RETURN
3800 REM *** SBR RESET SCHERMO ****
3810 PRINT"■"PY$(6);PX$(2);BX$(30):PRINT"■"PY$(12);PX$(5);BX$(34):PRINT"■"PY$(18
);PX$(8);BX$(30):PRINT"■"PY$(21);PX$(17);BX$(14):RETURN
4000 REM **** SBR OSSERVAZIONE ******
4005 PA=1:J=1:H=0:O1$=O1$+" /"
4010 FOR IO=PA TO LEN(O1$): C$=MID$(O1$,IO,1):IF  C$="/"THEN KK=IO: Z$(J)=MID$(O
1$,PA,KK-1-H):H=KK:IO=LEN(O1$)
4020 NEXT IO:PA=KK+1 :J=J+1:IF J=4 THEN FOR IO=1 TO 3:Z(IO)=VAL(Z$(IO)):NEXTIO:YY
=Z(3)+((Z(2)-1)*30)+Z(1)/365    :RETURN:ELSE  GOTO 4010
5000 REM **** SBR ORA POSA    ******
5005 PA=1:J=1:H=0:O1$=O1$+". "
5010 FOR IO=PA TO LEN(O1$): C$=MID$(O1$,IO,1):IF  C$="."THEN KK=IO: T$(J)=MID$(O
1$,PA,KK-1-H):H=KK:IO=LEN(O1$)
5020 NEXT IO:PA=KK+1 :J=J+1:IF J=4 THEN FOR IO=1 TO 3:T(IO)=VAL(T$(IO)):NEXTIO:F
G=T(1)/24+T(2)/1440+T(3)/86400 :RETURN:ELSE GOTO 5010
6000 REM *** DATI PRELIMINARI ***
6010 PRINT PY$(3);PX$(4);"■OSSERVAZIONE";PX$(5);"■ORA MEDIA POSA"
6020 PRINT"■";PY$(6);PX$(3);:INPUT O1$:GOSUB4000:PRINT"■";PY$(6);PX$(3);BX$(1);P
X$(18);:INPUT O1$:GOSUB 5000:PRINT"■";PY$(6);PX$(22);BX$(1)
6027 PRINT"■";PY$(9);PX$(5);BX$(29)
```

```
6030 PRINT"▚";PY$(9);PX$(5);"▩FOCALE NOMINALE (MM)▣";:INPUT FO:PRINT"▚";PY$(9);P
X$(25);"->"
6035 PRINT"▚"PY$(9);PX$(5);"▩*** EPOCA CATALOGO ****  ";:INPUT EC
6040 PRINT"▚";PY$(12);PX$(4);"▩STELLE DI CONFRONTO (4-8)▣";:INPUT M:PRINT"▚";PY$
(12);PX$(29);"->"
6050 YY=YY+FG/365:RETURN
7000 REM ** CARICA MATRICE 1 SISTEMA A1(8,3) ***
7010 FOR K=1 TO M :A1(K,1)=X(K):A1(K,2)=Y(K):A1(K,3)=1:NEXT K
7015 IF OC=0 THEN 7020
7016 FOR I=1 TO M: X(I)=Y(I):NEXT I
7020 FOR K=1 TO M: B1(K)= Z(K)-(X(K)/FO)  :NEXT K
7030 REM ** CARICA  SISTEMA -> A(3,3) **
7040 FOR J=1 TO 3
7050 FOR K=1 TO 3:AH(J,K)=0
7060 FOR I=1 TO M:AH(J,K)=A1(I,J)*A1(I,K)+AH(J,K)
7070 NEXT I:NEXT K:NEXT J
7080 FOR K=1 TO 3:B(K)=0
7090 FOR I=1 TO M:B(K)=B1(I)*A1(I,K)+B(K)
7100 NEXT I:NEXT K
7105 REM **** INIT
7110 N=3:FOR I=1 TO N:L(I)=I:NEXT
7120 AH(1,4)=B(1):AH(2,4)=B(2):AH(3,4)=B(3)
7130 REM **** GAUSS
7140 FOR R1=1 TO N-1
7150 GOSUB 20000
7160 FOR R=R1+1 TO N
7170 F=AH(R,R1)/AH(R1,R1)
7180 FOR J=1 TO N+1:AH(R,J)=AH(R,J)-AH(R1,J)*F:NEXT
7190 NEXTR,R1
7200 REM **** SOLUZIONI SISTEMA
7205 FOR I=N TO 1 STEP -1
7210 AL(L(I))=AH(I,N+1):IF I=N THEN 7240
7220 FOR X=I+1 TO N
7230 AL(L(I))=AL(L(I))-AH(I,X)*AL(L(X)):NEXT X
7240 AL(L(I))=AL(L(I))/AH(I,I):NEXT I
7250 RETURN
7260 REM **** QUADRANTE ATN
7500 IF Z9 >0 THEN RZ=(π/2):GOTO 570
7510 RZ=-(π/2):GOTO 570
20000 REM **** PIVOTING TOTALE
20005 MX=0
20010 FOR I=R1 TO N:FOR J=R1 TO N
20020 IF ABS(AH(I,J))>MX THEN MX=ABS(AH(I,J)):RR=I:SS=J
20030 NEXT J,I
20040 REM *** SCAMBIA RIGHE
20050 FOR J=1 TO N+1
20060 MZ=AH(R1,J):AH(R1,J)=AH(RR,J):AH(RR,J)=MZ:NEXT
20070 REM ***  SCAMBIA COLONNE
20080 FOR I=1 TO N
20090 MZ=AH(I,R1):AH(I,R1)=AH(I,SS):AH(I,SS)=MZ:NEXT
20100 REM **** TRACCIA SCAMBIA COLONNE
20110 MZ=L(R1):L(R1)=L(SS):L(SS)=MZ:RETURN
40000 REM **** CALCOLO P(X/Y) ******
40010 IF O5$="" THEN RETURN
40020 FOR I1=1 TO LEN(O5$):TT$=MID$(O5$,I1,1):IF TT$="/" THEN KK=I1:I1=LEN(O5$)
40025 NEXT I1
40030 TE$=MID$(O5$,1,KK-1):C1=VAL(TE$):TU$=MID$(O5$,KK+1):C2=VAL(TU$):RETURN
```

iii. Algoritmo "Astrometric 1.1".

Il programma "Astrometric 1.1" è una formulazione del metodo delle coordinate standard già descritto al cap. I.,implementato in linguaggio Basic risulta facilmente comprensibile anche a chi non è particolarmente esperto nel campo della programmazione. Ci soffermeremo ora sugli aspetti più interessanti di questo algoritmo:

- l'utente può scegliere di fornire in input una base dati compresa fra tre ed otto stelle di confronto;
- ripetuti test hanno sconsigliato il calcolo della focale effettiva mediando i valori ottenuti per ogni stella ponendo in relazione la distanza d_i (i=1, 2, ..., n) dell'astro(*) dal centro lastra stimato al meglio entro ± 1', e la separazione angolare ψ_i ad essa legata. Infatti l'incertezza nella posizione del centro lastra è tale che, anche senza considerare l'effetto di propagazione dell'errore nei calcoli necessari, si avrebbe una imprecisione dell'ordine del centimetro. La focale effettiva dell'ottica usata rientra in tutti i calcoli nello stesso modo e quale costante: si possono allora risolvere i sistemi di equazioni a meno di tale costante (comunicazione privata di Colombini, E. 1987b) ed ottenere gli stessi risultati.

Nota (*):

Siano (XØ, YØ) ed (Xi, Yi) rispettivamente le coordinate cartesiane misurate del centro lastra e dell' i^{-esimo} astro di confronto ($i = 1, 2, ..., n; n \geq 3$). La distanza tra i punti definiti dalle coordinate, è:

$$d_i = ((X\emptyset - Xi)^2 + (Y\emptyset - Yi)^2)^{\frac{1}{2}}$$

La separazione angolare fra gli stessi due punti, di coordinate equatoriali celesti (RAØ,DECØ) e (RAi,DECi):

$$\psi_i = \arccos(\text{sen } DEC\emptyset \text{ sen } DECi + \cos DEC\emptyset \cos DECi \cos(RA\emptyset - RAi))$$

nel caso in cui si supponga già $\psi_i > 5'$. Se, invece, si ha ragione di rite-

Si è allora ritenuto opportuno inserire in input il valore della focale nominale dichiarata dal costruttore (Bausch & Lomb) dell'astrografo, al solo scopo di avere una documentazione, mediante hard-copy, del lavoro astrometrico;

- particolare attenzione è stata rivolta alla risoluzione dei sistemi di equazioni lineari necessari a determinare le sei costanti di lastra. Dopo aver ridotto i sistemi di n equazioni in tre incognite in altrettanti sistemi di tre equazioni in tre incognite (linee di programma 7000 ÷ 7100), si è fatto del metodo di eliminazione di Gauss per ottenere la soluzione dei suddetti sistemi (vedi Stoer, J. 1974, p. 136). Detta procedura, compresa nelle linee di programma 7105 ÷ 7250 e relativa subroutine, grazie alla particolarità della ricerca del pivot totale, è più indicata del cosiddetto metodo di fattorizzazione triangolare di una matrice, permettendo di raggiungere maggiore accuratezza nella soluzione di sistemi mal condizionati ossia con elementi ad ordine di grandezza molto diverso (Ibid. p. 145, Brouwer, D. et al. 1961, p. 232)
- la routine che gestisce la schermata grafica introduttiva (linee 10 ÷ 60) può agevolmente venire rielaborata in altri dialetti Basic; le linee di programma 210 ÷ 270 controllano l'input dei dati;

Segue nota (*), dalla pagina precedente:

nere $\psi_i \leq 5'$ conviene adottare (vedi Meeus, J. 1982, p. 49) la:

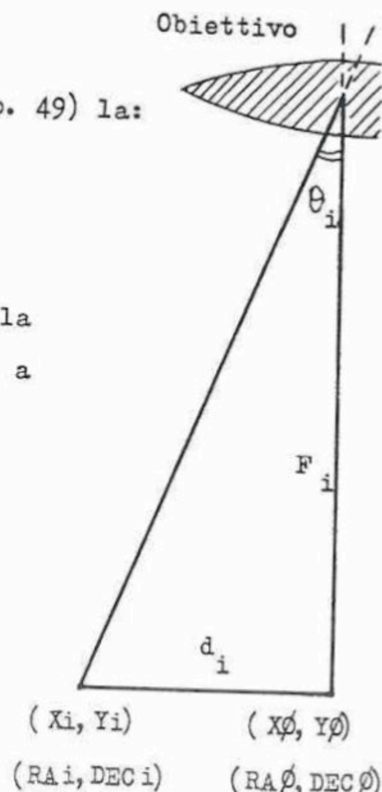
$$\psi_i = (((RA\emptyset - RAi)\cos DEC\emptyset)^2 + (DEC\emptyset - DECi)^2)^{\frac{1}{2}}$$

e quindi calcolare l'i^{-esimo} valore di focale mediante la relazione seguente, valida per il triangolo rettangolo a fianco rappresentato:

$$F_i = d_i / tg\, \psi_i$$

da cui il valore medio:

$$\bar{F}_e = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} F_i$$



- l'algoritmo occupa 8 K ed il tempo necessario ad avere la soluzione è, con base dati ad otto stelle di confronto, pari a circa 10 secondi. Alfine di minimizzare la durata dei calcoli, il 90 % delle operazioni viene eseguito in Fast Mode a video temporaneamente disabilitato e clock interno a 2 MHz;
- il tempo massimo impiegato per l'introduzione da tastiera dei dati è di circa 12^m, ciò che impone una modifica del software allo scopo di memorizzare in futuro la base dati su hard disk (vedi il successivo par. j. i.) per una veloce acquisizione.

A S T R O M E T R I C

[illegible]

A.R. DEC.

H M S ° ' "

17 47 18.671 01 50 30.615

MP.-> A.R. MP.-> DEC.

" "

0.042 -0.012

P(X/Y) ->14.365/4.678

Fig. 9a - Maschera per l'input dei dati di una stella di confronto.

- la riga 4020 provvede, fra l'altro, al calcolo approssimato allo 0.03 % della frazione di anno trascorsa. Detta approssimazione rientra poi nell'aggiornamento della posizione delle stelle di confronto comportando, per le scelte di cui al cap. IV. c., un errore sistematico trascurabile perché inferiore di un ordine di grandezza all'accuratezza delle coordinate tabulate.

h. Cronometria.

Durante le operazioni fotografiche si rivela oltremodo utile un orologio digitale dotato di funzioni quali il conto alla rovescia da tempi prefissati e la segnalazione acustica del tempo trascorso. L'epoca T delle posizioni astrometriche di comete ed asteroidi, deve essere accurata a $0^{s}.9$.
Nell'ambito della posa fotografica, l'istante da comunicare non è quello d'inizio dell'esposizione bensì quello di metà posa (vedi Marsden, B. G. et al. 1982, p. 714).

Tenendo conto della precisione richiesta, si rende necessario sincronizzare l'orologio su una delle fonti di tempo solare medio di zona: in pratica i segnali della RAI. Al momento della compilazione del modulo di raccolta dei dati osservativi e tabulari (vedi tab.15, cap. IV. d.), l'orario verrà convertito nell'equivalente di Tempo Universale Coordinato UTC.

Come si può notare dalla circolare 4460 del Central Bureau for Astronomical Telegrams IAU (riprodotta in tab.14, cap. IV. a.), le posizioni astrometriche che pervengono all'Ufficio sono riferite al Tempo Universale UTC mentre le effemeridi dedotte dalle posizioni ricevute sono tabulate in termini di Tempo Effemeridale ET.

Il Tempo Universale è basato sul moto rotazionale terrestre assunto uniforme. Tuttavia questo presenta irregolarità tali che le deviazioni ammontano a circa 1 - 2 millisecondi al giorno e non sono completamente prevedibili; nel calcolo delle effemeridi ciò conduce all'uso di altro riferimento temporale. Si adotta il Tempo Effemeridale, uniforme e definito dalla dinamica gravitazionale del sistema solare, indipendentemente dalla rotazione terrestre (vedi Smart, W. M. 1977, p. 139 e Meeus, J. 1982, p. 35).
La differenza $\Delta T(A) = ET - UT$ ammontava nel 1987 a circa 1^{m}, troppo poco quindi per tenerne conto durante la fase di ricerca delle comete od asteroidi in cielo prima di effettuare le pose fotografiche. Si presti attenzione alla distinzione fra il tempo UT (o UT1) e quello UTC: la discrepanza fra i due

$$\Delta UT = UT - UTC \leq 0^{s}.90$$

esiste, come è possibile constatare osservando la tab.8b, la quale presenta

l'approssimazione della discrepanza $\Delta T(A)$ ed il valore di ΔUT per il periodo 1972 - 1982, a titolo d'esempio delle quantità in gioco.

Tab. 8b - Riduzione di scale temporali dal 1972 al 1982. Da: AA. VV. 1984, The Astronomical Almanac for the Year 1985 (Washington: U.S. Government Printing Office), p. K9.

Date	Approx. to ET—UT $\Delta T(A)$	Difference UT—UTC ΔUT	Coefficients for UT0 u_x	u_y
1972	s	s	s	s
Jan. 1	+42·23	−0·05	−0·004	+0·003
Apr. 1	42·53	−0·34	−0·013	+0·012
June 30		−0·64	−0·004	+0·027
July 1	42·82	+0·36	−0·004	+0·027
Oct. 1	43·07	+0·11	+0·011	+0·023
Dec. 31		−0·19	+0·010	+0·009
1973				
Jan. 1	+43·37	+0·81	+0·010	+0·009
Apr. 1	43·67	+0·51	−0·003	+0·009
July 1	43·96	+0·22	−0·007	+0·019
Oct. 1	44·20	−0·02	+0·003	+0·023
Dec. 31		−0·30	+0·009	+0·017
1974				
Jan. 1	+44·49	+0·70	+0·009	+0·017
Apr. 1	44·74	+0·45	+0·002	+0·012
July 1	45·00	+0·19	−0·001	+0·014
Oct. 1	45·21	−0·02	+0·001	+0·015
Dec. 31		−0·29	−0·003	+0·019
1975				
Jan. 1	+45·48	+0·71	−0·003	+0·019
Apr. 1	45·74	+0·45	+0·001	+0·023
July 1	45·98	+0·20	+0·008	+0·017
Oct. 1	46·18	0·00	+0·005	+0·008
Dec. 31		−0·27	−0·009	+0·013
1976				
Jan. 1	+46·46	+0·73	−0·009	+0·014
Apr. 1	46·73	+0·46	−0·007	+0·027
July 1	47·00	+0·19	+0·009	+0·026
Oct. 1	47·23	−0·05	+0·016	+0·011
Dec. 31		−0·33	−0·003	+0·005
1977				
Jan. 1	+47.52	+0·66	−0·003	+0·005
Apr. 1	47·78	+0·41	−0·016	+0·024
July 1	48·03	+0·15	+0·004	+0·033
Oct. 1	48·24	−0·06	+0·020	+0·015
Dec. 31		−0·35	+0·002	+0·001
1978				
Jan. 1	+48·53	+0·65	+0·002	+0·001
Apr. 1	48·83	+0·35	−0·016	+0·016
July 1	49·10	+0·09	−0·004	+0·032
Oct. 1	49·31	−0·12	+0·017	+0·024
Dec. 31		−0·40	+0·011	+0·005
1979				
Jan. 1	+49·59	+0·60	+0·009	+0·005
Apr. 1	49·85	+0·33	−0·007	+0·009
July 1	50·10	+0·08	−0·008	+0·023
Oct. 1	50·29	−0·11	+0·006	+0·027
Dec. 31		−0·36	+0·009	+0·017
1980				
Jan. 1	+50·54	+0·64	+0·009	+0·017
Apr. 1	50·76	+0·42	+0·001	+0·013
July 1	50·97	+0·21	−0·003	+0·019
Oct. 1	51·15	+0·03	0·000	+0·023
1981				
Jan. 1	+51·38	−0·20	+0·004	+0·024
Apr. 1	51·60	−0·42	+0·006	+0·019
June 30		−0·62	+0·005	+0·014
July 1	51·81	+0·37	+0·005	+0·014
Oct. 1	51·96	+0·22	−0·003	+0·014
1982				
Jan. 1	+52·17	+0·02	−0·006	+0·025
Apr. 1	52·37	−0·19	+0·006	+0·029
June 30		−0·38	+0·015	+0·016
July 1	52·57	+0·61	+0·015	+0·016
Oct. 1	52·73	+0·45	+0·002	+0·004

See page B4 for a summary of the notation for time-scales.

See page B5 for current years.

Date	Difference TAI—UTC ΔAT	Difference ET—UTC ΔET
	s	s
1972 Jan. 1	+10·00	+42·18
1972 July 1	+11·00	+43·18
1973 Jan. 1	+12·00	+44·18
1974 Jan. 1	+13·00	+45·18
1975 Jan. 1	+14·00	+46·18
1976 Jan. 1	+15·00	+47·18
1977 Jan. 1	+16·00	+48·18
1978 Jan. 1	+17·00	+49·18
1979 Jan. 1	+18·00	+50·18
1980 Jan. 1	+19·00	+51·18
1981 July 1	+20·00	+52·18
1982 July 1	+21·00	+53·18
1983 July 1	+22·00	+54·18
1984 July 1		

In critical cases descend.

j. <u>Sviluppi futuri</u>.

La strumentazione sin qui descritta è quella disponibile ed utilizzata fino al l'edizione di questo scritto: il perfezionamento tecnico tuttavia prosegue e vedrà modifiche talora radicali allo scopo di aumentare l'accuratezza delle posizioni astrometriche ottenute dalle misure.

i. Astrometric 2.0 .

Come già detto al par. g. iii., il tempo necessario all'introduzione da tastie ra della base dati (otto stelle di confronto, oggetto incognito, centro lastra, epoca e focale dell'astrografo) è pari a circa 12^m: davvero troppo, se si realizza che ad ogni lancio del programma è richiesto l'input dei dati.

La stessa visualizzazione su sole quaranta colonne, congiura con la lentezza del clock e l'assenza di doppia precisione nel calcolo in virgola mobile a determinare lentezza dell'elaborazione, ridotta precisione e ris chio di errori nella fase di input.

A tutto ciò sono rivolte le considerevoli innovazioni della versione 2.0 del programma "Astrometric" ora in fase di debugging, la quale è fondata sul sistema operativo più diffuso al mondo: l'MS DOS. La macchina eseguirà (a frequenza di clock uguale a 8 MHz) il programma compilato mediante Quick-Basic 2.01: il tempo di elaborazione si ridurrà prevedibilmente ad 1^s, l'accuratezza crescerà di almeno tre ordini di grandezza (vedi tab. 9b ed 8), la visualizzazione della base dati sarà su 80 colonne (vedi fig. 10a).

Grazie a nuove apposite routine, sarà possibile fornire dieci stelle di confronto al sistema il quale, dopo aver salvato su hard disk i dati, richie derà all'operatore quali e quanti (fra 3 e 10) astri utilizzare come rife rimento per l'oggetto di posizione ignota. Quest'ultima particolarità si rende indispensabile nella selezione ragionata delle stelle di confronto secondo i criteri esposti al cap. IV. c. Una nuova routine per il calcolo del la frazione trascorsa di anno, eliminerà l'errore sistematico, pur trascurabile, discusso al cap. II. g. iii. Il programma si estende per 11 K .

OGGETTO: 1987s EPOCA FOTO: 1987.11.5 ORA UT: 20:30:00 F.NOMINALE: 1220

EPOCA CATALOGO: 1950 BASE DATI CONFRONTO (Max. 10): 8

	R.A.t	DEC.t	μR.A.	μDEC	X/Y
CL	17h47m 1 s	1°50' "	"	"	
X					12.765/23.778
1	17 34 45.345	34 24 23.34	.042	-.009	9.654/15.546
2	19 23 29.546	37 21 34.76	.044	-.012	10.765/04.654
3	21 25 32.875	31 45 4.65	.044	-.005	15.657/06.786
4	27 32 45.890	34 46 13.43	.042	+.005	14.785/10.674
5	29 43 9.654	32 43 32.18	.045	+.007	13.654/11.876
6	31 34 12.763	35 34 32.87	.044	-.007	12.766/04/543
7	32 43 15.765	37 15 9.76	.042	-.004	14.876/07.765
8	33 12 28.554	31 43 21.87	.043	-.004	12.876/10.765

Quante Confronto: 8 Quali Confronto: 1/2/3/4/5/6/7/8

Fig. 10a - Aspetto della pagina testo per l'introduzione dei dati delle stelle di confronto, nel nuovo programma MS DOS "Astrometric 2.0". L'ultima riga viene destinata all'interscambio di informazioni fra operatore e macchina. Tutti i dati di figura sono puramente fittizi.

ii. Sincronizzazione orologi.

La sincronizzazione dell'orologio usato per stabilire l'epoca delle foto astrometriche, è disagevole se condotta mediante i segnali diffusi dall'Istituto Elettrotecnico Nazionale "Galileo Ferraris" di Torino, attraverso la rete radiotelevisiva RAI. Così, pure i segnali campioni di tempo e frequenza, radiotrasmessi dal "Ferraris" stesso alla frequenza di 5 MHz con il nominativo IBF, sono troppo pochi nell'arco delle ventiquattro ore, mentre serve poter regolare l'orologio subito prima delle pose fotografiche allo scopo di minimizzare la naturale deriva dello strumento.

Alla frequenza di 75 kHz, emette da Neuchatel la stazione elvetica HGB, la quale opera in permanenza. A frequenze tanto basse giungono solo ricevitori speciali che, nelle versioni commerciali, raggiungono prezzi molto elevati. La ditta G.P.E. di Ravenna produce e distribuisce un ricevitore appositamente progettato per i nostri scopi e di costo non esorbitante: verso questo kit ci orienteremo in futuro.

iii. Nuova testa micrometrica e visualizzazione digitale della misura.

Come visto al precedente par. f., la corsa utile della testa micrometrica Zeiss solidale al banco girevole, è limitata a 25 mm: con un particolare accorgimento risulta poi possibile estendere sino a 30 mm le misure. Ciò pone una restrizione all'accuratezza massima raggiungibile, venendo limitato il formato della pellicola al 135 (24 x 36 mm) e la focale equivalente dell'astrografo a 122 cm.

L'applicazione di una testa micrometrica commerciale da 50 mm, in luogo dell'attuale, unita ad un convertitore che presenti su display digitale le coordinate misurate, comporterebbe il poter raddoppiare l'accuratezza delle posizioni a parità di campo abbracciato dall'astrografo. La modifica cui si accenna, pur onerosa, non vede reali barriere tecniche essendo il "Large Toolmaker's Microscope" già predisposto ad essa (vedi fig. 10b tratta da AA. VV. 1972 p. 5), e rimuoverebbe l'unico vero ostacolo ad ulteriori progressi nell'accura

tezza sino al valore di circa 0"5, imposto dalla precisione all'epoca delle foto delle posizioni riportate nel SAO Star Catalog per le stelle di confronto (vedi cap. III. a.).

iv. Pellicola formato 120 e relativo portapellicola.

La variante di cui al precedente par. j. iii., verrebbe quindi seguita dalla sostituzione dell'attuale raccordo per fotocamere con passo a vite 42 x 1, con uno atto a supportare un triplicatore di focale per pellicole formato 120, quadrate di lato 60 mm, inserite su portapellicole. Mentre nessun problema deri

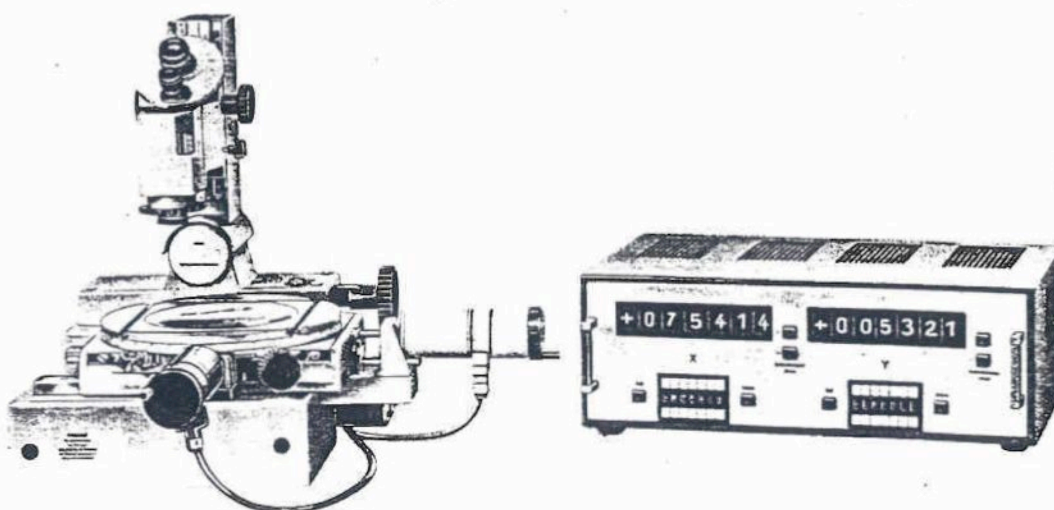


Fig. 10b - Il "Large Toolmaker's Microscope" è già predisposto per l'applicazione di un lettore digitale della coordinata.

va dal cambio del formato della pellicola (potendo continuare ad utilizzare la Kodak T - MAX 400) per l'emulsione fotografica, dubbi sono nutriti sull' efficienza di un comune portapellicole commerciale nel mantenere la planarità della pellicola sotto esposizione, entro i restrittivi limiti astrometrici.

v. Triplicatore di focale.

Altro componente oneroso nella corsa verso l'accuratezza di mezzo secondo d'arco, è il triplicatore di focale. Esso comporterebbe un calo dello scarto medio del 20 %; unitamente a pellicole formato 120 lo scarto medio diminuirebbe del 40 % del valore attuale ossia fino a circa $0\overset{''}{.}7$. (8)

vi. Oculare di guida.

Come è noto, in condizioni di seeing non eccezionale, è buona norma mantenere il numero degli ingrandimenti attorno ad un valore centrale empirico pari ad un ingrandimento per ogni centimetro di focale dell'astrografo.

La futura adozione di una focale effettiva di $\sim$ 2 m implicherà quindi anche l'utilizzo di un oculare da 9 mm con crocicchio illuminato che, con i risultanti 200x, è quello che più approssima al valore desiderato.

Nota (8):

Per "attuale", si intende $\varepsilon = (1.1 \pm 0.2)''$, valore che verrà in seguito dedotto da analisi statistica di misure effettuate su negativi ottenuti dalla combinazione ottica:

Astrografo Aero-Tessar + Duplicatore di focale + Pellicola 135

vii. Astrografo Willey.

Da alcuni anni è stato acquisito un teleobiettivo per aerofotografia costruito dalla statunitense Willey attorno al 1970. Si tratta di un oggetto che veniva montato sotto la fusoliera degli aerei-spia USAF di tipo U2, nelle loro missioni ad alta quota. La qualità ottica può essere descritta efficacemente rammentando l'orgogliosa affermazione allora in voga nell'USAF stessa: "Mostra una pallina da golf a 20 chilometri di distanza !". Il sistema ottico, raffigurato in fig. 11, comprende sette lenti di cui tre frontali e quattro posteriori: la prima delle frontali ha apertura 202 mm (come gli astrografi Zeiss talora utilizzati in astrometria, ma dotati di obiettivi quadrupli, tipo il 200/1140 presente a Pino Torinese) mentre l'ultima delle posteriori 135 mm.

Lo strumento, inizialmente capace di impressionare lastre corrette su tutto il campo quadrato di lato 250 mm, è stato ricondizionato mediante attacco a vite 42x1 per supportare un corpo macchina fotografico.
E' quindi pronto per osservazioni astrometriche con la fotocamera di cui già disponiamo. La struttura meccanica è molto robusta, anche tenuto conto delle sollecitazioni cui lo strumento veniva sottoposto in volo: peso complessivo di circa 24 kg. Le ottiche sono alloggiate entro un tubo tornito in ghisa, dotato di rubinetto per il collegamento pneumatico ad un recipiente contenente gas inerte, allo scopo di pressurizzare opportunamente lo strumento durante le variazioni di quota, evitando così tensioni che avrebbero potuto alterare la qualità dell'immagine. Il metallo di cui il tubo è costituito poi, segue l'Invar (lega di Fe con 36 % di Ni) preceduto solo dal Platino, per insensibilità alle variazioni di temperatura: il che implica ridotti errori sistematici causati da variazioni della focale indotta da cambiamenti della temperatura ambientale, i quali possono giungere a $|\Delta T| = 10°C$ in una notte e a $|\Delta T| = 30°C$ fra estate ed inverno (vedi Kamp, P. van de 1963, p. 497).

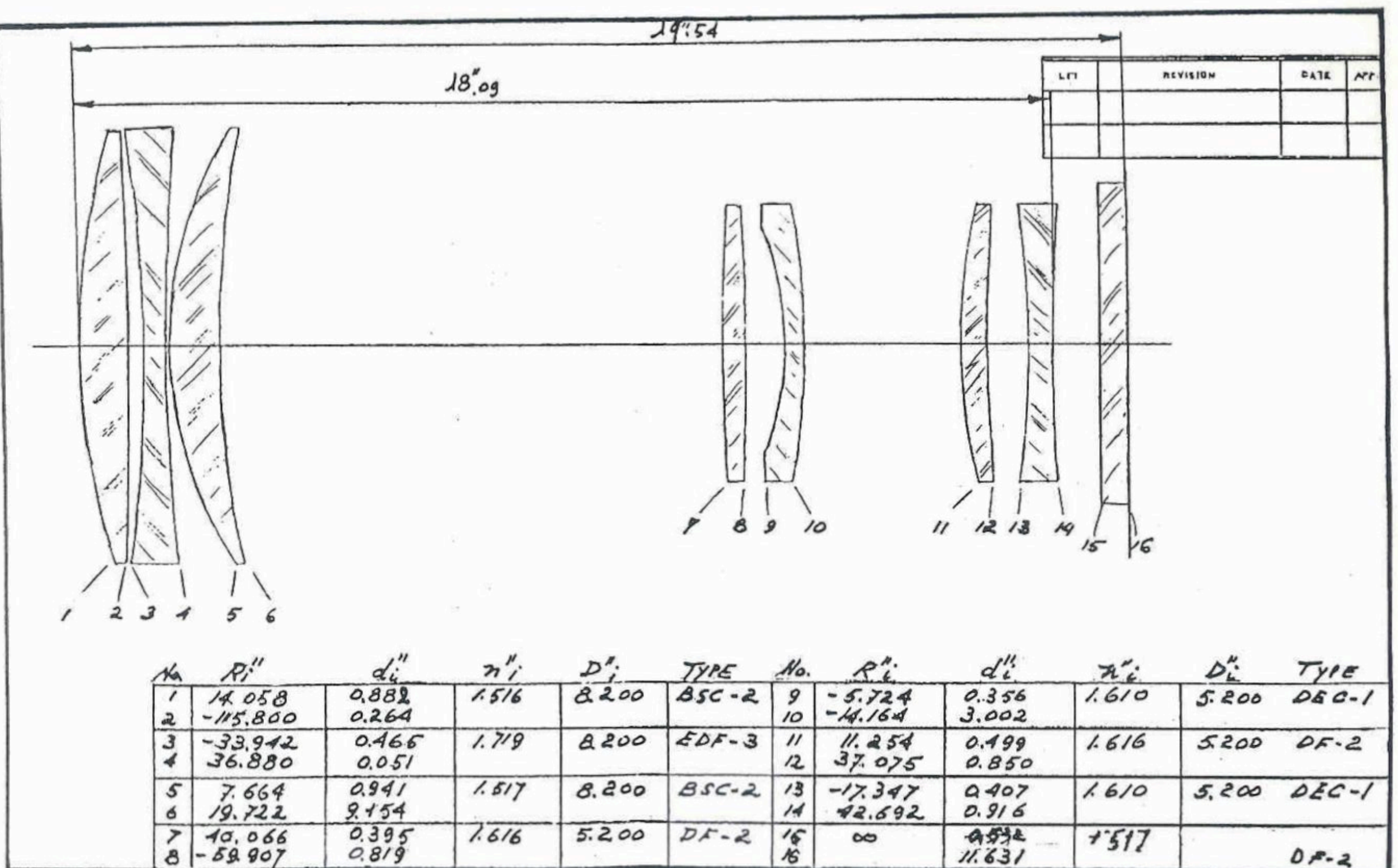
Analizzeremo ora più dettagliatamente le caratteristiche ottiche dell'astrografo in questione, paragonando infine le sue prestazioni a quelle dell'Aero-Tessar Bausch & Lomb.

- Scala dell'astrografo:

$$S_t = 1 \text{ rad} / F_n = 204''\!.2 \text{ mm}^{-1}$$

- Schema ottico:

Petzval modificato



No	R_i''	d_i''	n_i''	D_i''	TYPE	No.	R_i''	d_i''	n_i''	D_i''	TYPE
1 2	14.058 -115.800	0.882 0.264	1.516	8.200	BSC-2	9 10	-5.724 -14.164	0.356 3.002	1.610	5.200	DEC-1
3 4	-33.942 36.880	0.466 0.051	1.719	8.200	EDF-3	11 12	11.254 37.075	0.499 0.850	1.616	5.200	DF-2
5 6	7.664 19.722	0.941 9.154	1.517	8.200	BSC-2	13 14	-17.347 42.692	0.407 0.916	1.610	5.200	DEC-1
7 8	10.066 -59.907	0.395 0.819	1.616	5.200	DF-2	15 16	∞	[illegible] 11.631	1.517		DF-2

Fig. 11 - Schema ottico e specifiche tecniche dell'astrografo Willey.

- Focale effettiva:

$$F_e = (202 \pm 1)\ \text{cm}$$

- Scala effettiva con duplicatore di focale:

$$S_t = (102.0 \pm 0.5)''\ \text{mm}^{-1}$$

- Campo abbracciato su pellicola formato 135:

$$\vartheta_d = (4420 \pm 32)'' = (73.6 \pm 0.5)'$$

Il cateto minore y, sottende un angolo

$$\vartheta_y = S_t\ y = 40''$$

$$\delta\vartheta_y / |\vartheta_y| \leq (\delta y/|y|) + (\delta S_t/|S_t|) = 5.3\ \%$$

da cui

$$\vartheta_y = (40 + 2)'$$

Il cateto maggiore x, sottende un angolo

$$\vartheta_x = S_t\ x = 60'$$

$$\delta\vartheta_x / |\vartheta_x| \leq (\delta x/|x|) + (\delta S_t/|S_t|) = 5.2\ \%$$

da cui

$$\vartheta_x = (60 + 3)'$$

e, quindi, risulta un campo abbracciato

$$C_a = \vartheta_x\ \vartheta_y = 2400\ \text{arcmin}^2$$

$$\delta C_a / |C_a| \leq (\delta\vartheta_x / |\vartheta_x|) + (\delta\vartheta_y / |\vartheta_y|) = 10.5\ \%$$

$$C_a = (2400 \pm 250)\ \text{arcmin}^2 = (0.66 \pm 0.07)\ \text{gradi}^2$$

ma, come visto in precedenza, il campo effettivamente misurabile C_m è inferiore a quello abbracciato dal fotogramma a causa dell'escursione massima di 30 mm del micrometro. Perciò, si calcola che

$$C_m \sim 83.3\ \%\ \ C_a = (20 \pm 2)\ 10^2\ \text{arcmin}^2 = (0.55 \pm 0.06)\ \text{gradi}^2$$

Ciò implica la necessità di utilizzare l'AGK 3 quale catalogo stellare, oltre al SAO Star Catalog, per avere mediamente 4.7 astri sul campo misurabile.

Questo limita non poco i vantaggi in accuratezza offerti dalla scala dell'astrografo Willey rispetto a quella dell'Aero-Tessar Bausch & Lomb; ciò suggerisce di attuare la prospettiva di sviluppo di cui al precedente par. j.iv., sostituendo l'attuale corpo macchina con uno per pellicole di formato 120, oltre ad una nuova testa micrometrica con escursione di 50 mm ed un duplicatore

di focale adatto per pellicole di questo formato. Il campo misurabile sarebbe allora quadrato, di lato 50 mm.

- Campo coperto su pellicola formato 120:

$$\vartheta_x = \vartheta_y = S_t \; x = 5100'' = 85'$$

$$\delta\vartheta_x/|\vartheta_x| \leq (\delta x/|x|) + (\delta S_t/|S_t|) = 0.69\ \%$$

$$\vartheta_x = \vartheta_y = (85.0 + 0.6)' = (1.42 + 0.01)°$$

con un campo misurabile:

$$C_m = \vartheta_x \; \vartheta_y = 2.00 \quad \text{gradi}^2$$

$$\delta C_m / |C_m| = 1.38\ \%$$

potendosi quindi ritenere due cifre significative, avremo infine:

$$C_m = (2.00 \pm 0.03) \; \text{gradi}^2$$

da cui si deduce che l'AGK 3 fornirebbe 17 astri di confronto mentre il SAO ne porrebbe a disposizione 12. Si avrebbero così stelle di confronto in misura maggiore del 25 % rispetto a quella attuale (elemento importante perché in zone di elevata latitudine galattica la densità stellare è molto più scarsa dei valori medi riportati in tab. 12), oltre ad un'accuratezza superiore del 40 % per effetto del diverso valore di scala S_t.

La possibilità di poter scegliere fra diverse stelle di confronto, permetterebbe poi di minimizzare i residui sulle costanti di lastra (vedi cap. IV. c. ii.) e non è avventato supporre che verrebbe raggiunto uno scarto medio $\overline{\varepsilon} = 0\overset{''}{.}5$, superiore al limite inferiore stabilito dai valori di scala S_t ed accuratezza delle letture micrometriche δl (vedi cap. II. b., relazione (1)):

$$\varepsilon_{min} = \delta l \;\; S_t = 0\overset{''}{.}2$$

per via dell'incertezza delle posizioni tabulate ed aggiornate per il moto proprio stellare all'epoca della foto (vedi Requieme, Y. 1986, p. 7).

A questo punto, possiamo riassumere l'esito del confronto fra astrografo Willey ed astrografo Aero-Tessar Bausch & Lomb, in una tabella compilata assumendo:

a) configurazione ottica comprendente astrografo e duplicatore di focale;

b) densità stellare media pesata del SAO ($-30° \leq DEC \leq +90°$):

CARATTERISTICA	WILLEY	BAUSCH & LOMB
Apertura libera (mm)	202	100
Focale effettiva (cm)	202 ± 1	122 ± 2
Diametro angolare del disco di diffrazione di Airy (λ = 550 nm) (arcsec)	0.69	1.39
Magnitudine limite visuale	14	12.5
Scala sul piano focale S_t (arcsec/mm)	102.0 ± 0.5	170 ± 3
Limite inferiore dell'errore di posizione (arcsec)	0.2	0.3
Campo misurabile effettivo Max (x;y) = 30 mm (gradi quadrati)	0.55 ± 0.06	1.6 ± 0.1
Numero astri AGK 3	5	14
Numero astri SAO	3	10
Campo misurabile effettivo Max (x;y) = 50 mm (gradi quadrati)	2.00 ± 0.03	5.57 ± 0.02
Numero astri AGK 3	17	47
Numero astri SAO	12	35

Tab. 9 - Confronto fra le ottiche Willey e Bausch & Lomb

6.22 astri/grado^2

c) densità stellare media dell'AGK 3 (vedi cap. III. b.):

8.5 astri/grado^2.

Come detto in precedenza, il numero di astri che si può calcolare presente nell' immagine ("Numero astri AGK 3/SAO", nella tabella di cui sopra), è pura-

mente indicativo, dipendendo da vari fattori tra cui magnitudine degli oggetti considerati e latitudine galattica a cui si trovano (vedi Trumpler, R. J. & Weaver, H. F. 1953). A titolo d'esempio, in tab. 10 è riprodotta dal SAO Sta r Catalog edizione 1966, p. XVII, la distribuzione stellare entro zone di 10° x 1^h: come si può notare, fra zone di uguale superficie angolare la densità stellare può essere diversa sino ad un fattore di circa tre.

δ \ α	11^h	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
+80°	161	175	195	155	160	174	145	158	163	146	164	175
70	218	231	305	323	339	335	320	337	271	249	253	293
60	315	316	311	328	361	365	337	356	418	484	557	608
50	350	386	392	457	516	585	557	605	599	906	927	927
40	415	434	497	517	614	706	841	704	744	802	860	865
30	439	545	608	689	810	1025	1099	666	819	893	845	779
20	474	485	556	707	888	1116	967	507	709	595	665	735
10	503	498	607	806	1091	1258	875	546	487	485	549	542
+0	550	562	700	1100	1445	1425	1045	778	652	627	675	640
−0	598	642	784	1117	1315	1324	1055	821	640	608	551	546
10	638	740	821	1113	1470	1228	953	764	601	562	585	529
20	946	1129	1476	1829	2217	1653	1160	943	806	737	747	752
30	1035	1038	1089	1179	1221	1074	922	796	661	582	580	549
40	671	798	948	1447	930	712	553	515	468	400	402	398
50	905	1090	1099	830	824	607	469	420	397	363	336	365
60	472	446	363	348	365	289	253	239	215	229	172	201
70	117	105	103	109	107	99	111	94	110	104	108	102
−80	32	47	42	22	31	30	35	34	37	36	38	41
TOTALS	8839	9667	10896	13076	14704	14005	11697	9283	8797	8808	9014	9047

δ \ α	23^h	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	TOTALS
+80°	186	157	183	175	165	175	185	146	170	161	183	158	4015
70	346	366	296	327	306	324	296	287	250	212	200	237	6921
60	643	576	651	502	539	387	414	386	351	321	289	271	10086
50	930	1092	911	868	878	627	501	443	374	404	371	378	14984
40	975	1041	1209	1268	1090	864	702	595	514	481	418	431	17587
30	762	983	1154	1525	1563	1154	827	711	562	569	588	500	20115
20	708	778	800	1287	1374	1061	890	621	529	489	519	504	17964
10	626	747	826	1207	1187	1068	779	656	542	519	437	467	17308
+0	628	670	764	1108	1192	1135	1023	700	522	556	516	554	19567
−0	585	639	780	1031	1065	906	546	589	627	591	580	564	18504
10	552	625	743	881	1080	1104	782	591	662	684	633	617	18958
20	731	756	883	1114	1240	1440	1214	896	941	928	854	933	26325
30	679	764	831	903	900	1214	1299	1071	1035	1120	1051	1010	22603
40	495	451	460	487	547	806	1070	1123	1064	765	778	678	16966
50	409	408	451	424	516	688	814	1113	1090	791	902	892	16203
60	243	252	205	209	265	327	340	377	409	423	442	438	7522
70	107	104	116	116	110	93	102	104	122	124	105	107	2579
−80	41	35	42	28	32	31	26	24	21	29	33	23	790
TOTALS	9646	10444	11305	13460	14049	13404	11810	10433	9785	9167	8899	8762	258997

Tab. 10 - Numero di stelle SAO per zona di cielo.

viii. Telescopio rifrattore "Monticelli".

Recentemente ha preso corpo l'idea di porre in parallelo al telescopio riflettore Newton di guida, l'eccellente rifrattore di apertura effettiva 173 mm e focale 173 cm realizzato dallo scomparso V. Monticelli.

L'obiettivo venne prodotto alcuni decenni fa dalle industrie "San Giorgio" di Genova per fini di puntamento navale. Le ottiche risultarono tanto esenti da aberrazioni da venire utilizzate solo come campione di paragone della produzione successiva.

Il vantaggio principale di questo telescopio, rispetto agli astrografi Aero-Tessar Bausch & Lomb e Willey, sta nella focale che supera i 170 cm (conseguente accuratezza delle posizioni astrometriche) senza necessità di interporre un duplicatore di focale sul percorso dei raggi luminosi.

Vedremo ora nel dettaglio le caratteristiche ottiche.

- Focale nominale:

$$F_n = (173 \pm 1) \text{ cm}$$

- Scala del telescopio:

$$S_t = (119 \pm 1)'' \text{ mm}^{-1}$$

- Limite inferiore dell'errore di posizione:

$$\delta l \quad S_t = 0''.2$$

- Campo coperto su pellicola formato 135:

sulla diagonale $\vartheta_d = (85.8 \pm 0.9)'$

il cateto minore y, sottende un angolo

$$\vartheta_y = (47.6 \pm 0.6)'$$

il cateto maggiore x, sottende un angolo

$$\vartheta_x = (71.4 \pm 0.8)'$$

risultando un campo coperto

$$C_a = (0.94 \pm 0.02) \text{ gradi}^2$$

da cui il campo effettivamente misurabile con vite micrometrica da 25 mm

$$C_m \sim 83.3 \% \, C_a = (0.78 \pm 0.02) \text{ gradi}^2$$

Ciò comporta la presenza di circa 5 astri SAO o 7 astri AGK 3 nel campo C_m.

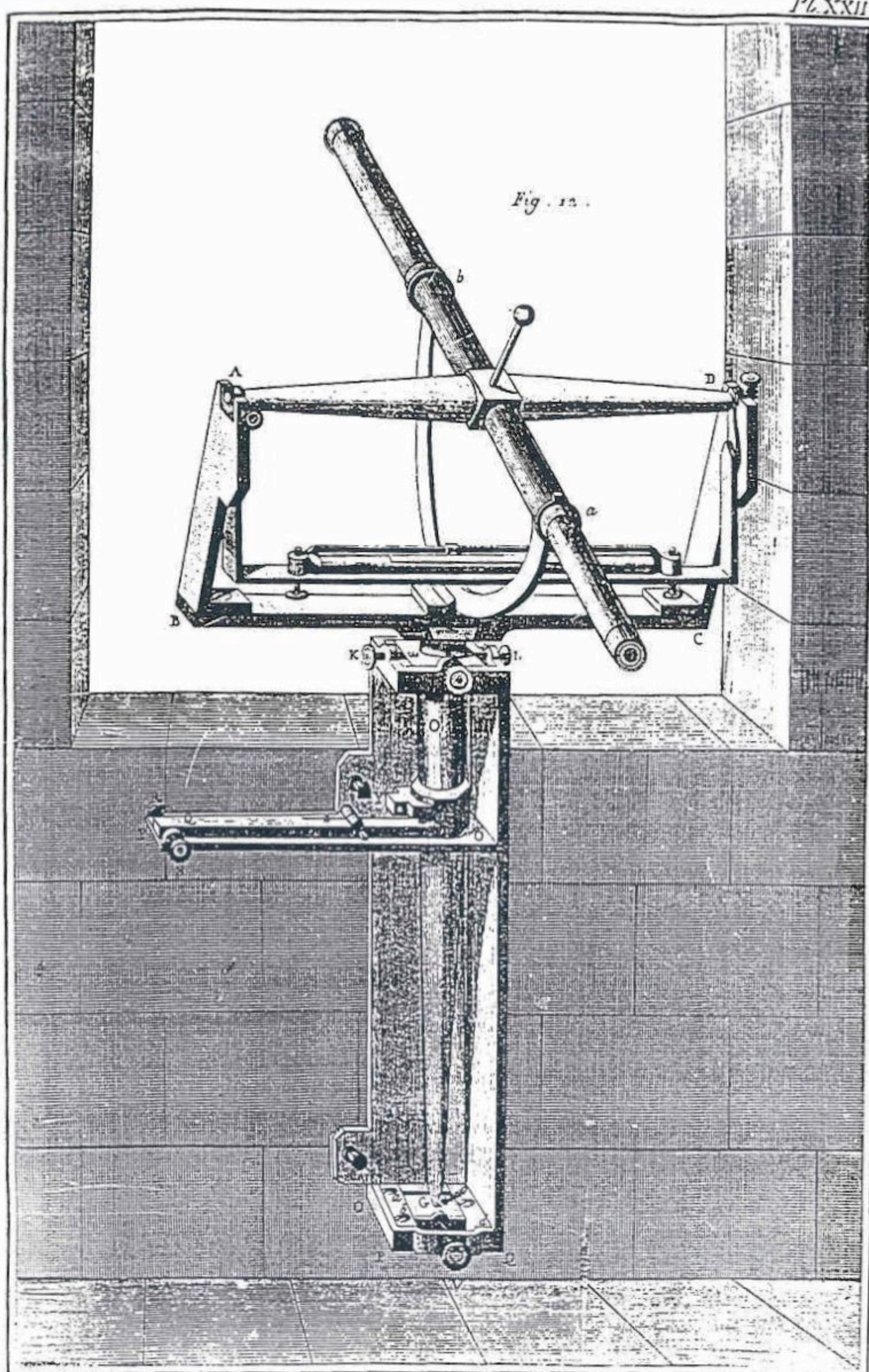
- Campo coperto su pellicola formato 120:

i lati del fotogramma sono uguali a 60 mm ma il campo effettivamente misurabile con vite micrometrica da 50 mm di escursione è inferiore

$$\vartheta_x = \vartheta_y = (1.65 \pm 0.02)°$$

$$C_m = \vartheta_x \vartheta_y = (2.72 \pm 0.07) \text{ gradi}^2$$

Si avranno allora mediamente 17 astri SAO o 23 astri AGK 3.



Capitolo III
CATALOGHI STELLARI

a. Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog.

Lo Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog, edito in prima edizione nel 1966, è un catalogo specificamente destinato ad impieghi astrometrici, comprendente 258997 stelle dei due emisferi celesti. Esso è basato sul sistema fondamentale del Fourth Fundamental Catalogue, FK4; epoca ed equinozio delle posizioni celesti sono riferiti al 1950.0 (vedi Missana, N. 1959, p.71).

La sua realizzazione venne intrapresa nel 1959, allo scopo di sviluppare un sistema per il tracciamento dei satelliti artificiali terrestri. Base bibliografica dei dati forniti dal SAO Star Catalog sono 43 cataloghi stellari di elevata accuratezza posizionale, fra cui: FK3, FK4, GC, Cape Zone, Yale Zone, Me 3, Me 4 e Greenwich AC (vedi AA. VV. 1966, p. XX).

Del catalogo utilizziamo una versione più recente, su microfiche: il SAO Catalogue with Astrophysical Data edito nel 1979 dal Centre de Données Stellaires di Strasburgo (vedi Ochsenbein, F. 1980), la cui pagina 31 è riprodotta in tab. 11. Le informazioni fornite sono le seguenti:

- S A O: numero di identificazione della stella nel catalogo; la lettera "R" talora aggiunta rimanda ad una nota al termine della microfiche.
- H D: numero di identificazione nel catalogo Henry Draper.
- C S I: numero di identificazione nel Catalogue of Stellar Identifications.
- ALPHA: ascensione retta in forma sessagesimale di ora, per l'equinozio e l'epoca 1950.0.
- DELTA: declinazione in forma sessagesimale di grado, per l'equinozio e l'epoca 1950.0.
- GAL. POS.: longitudine e latitudine galattica.
- M U 1: componente del moto proprio in ascensione retta espressa in secondi d'arco per ogni anno. Le lettere suffisse specificano l'entità dell'errore medio:

$$A \Rightarrow \bar{\sigma} < 0''.01\ yr^{-1}$$
$$B \Rightarrow \bar{\sigma} < 0''.02\ yr^{-1}$$
$$C \Rightarrow \bar{\sigma} < 0''.03\ yr^{-1}$$
$$D \Rightarrow \bar{\sigma} < 0''.04\ yr^{-1}$$

SAO	HD	CSI	ALPHA (1950.0)	DELTA	GAL POS.	MU1	MU2	V	(B-V)	(U-B)	SPECTRUM	R.V.
241680	125703	-54 5977 40114	19 27.823	-54 57 36.02	315.81 + 5.38	-.022A	-.001A	9.9			11.83.5 III	
241681	125763	-50 6873 40114	19 38.430	-50 35 11.41	317.36 + 9.48	+.025B	-.015B	10.4			12.F5 V	
241682	125764	-51 6601 40114	19 44.711	-51 32 50.78	317.04 + 8.57	+.011B	-.023B	9.5			11.F5 V	
241683R	125765	-55 6004 40114	19 57.129	-56 5 49.78	315.49 + 4.29	-.110B	-.100B	9.0			13.G5 IV/V	
241684	125766	-55 6003 40114	19 57.447	-56 10 23.88	315.41 + 4.09	-.009B	-.027B	8.3			11.K3 III/IV	
241685	125751	-52 7190 40114	19 58.600	-52 33 16.33	316.72 + 7.61	-.042A	-.020A	5.3			11.K3 III	
241686R	125610	-50 8501 20114	19 59.283	-50 32 42.99	317.43 + 9.50	-.014B	-.012A	6.02	+1.36		11.K2 III	
241687	125767	-59 5537 40114	20 2.290	-59 59 8.89	314.16 + 0.63	-.026A	-.011A	7.9			11.K3 III	
241688	125830	-51 6306 40114	20 4.468	-51 42 22.04	317.03 + 6.40	-.018B	-.014B	9.4			13.K5 III	
241689	125811	-57 6625 40114	20 11.577	-57 54 54.85	314.89 + 2.57	-.011A	-.027A	9.2			12.K5 III	
241690	125792	-56 5515 40114	20 12.814	-59 11 25.75	314.45 + 1.37	-.013A	.000A	9.2			[illegible]	
241691	125869	-52 7195 40114	20 23.370	-52 56 58.63	316.44 + 7.22	-.069B	-.027B	6.33 A	+1.19 A		11.K1 III	
241692R	125896	-49 6941 40114	20 35.841	-50 16 21.57	317.61 + 9.72	-.026B	-.027B	9.3			11.F7 V	
241693	125879	-55 6306 40114	20 36.565	-55 43 27.08	315.70 + 4.61	-.041A	-.022A	10.3			12.A1/A2 V	
241694	125915	-53 5962 40114	20 41.224	-53 49 42.40	315.37 + 6.18	-.029A	-.022A	9.5			11.[illegible] V	
241695	125952	-51 6618 40114	20 47.986	-52 11 46.27	316.96 + 7.90	-.037A	-.024A	[illegible]			11.[illegible] V	
241696	125953	-54 5983 40114	21 1.864	-55 8 28.70	315.96 + 5.13	-.006A	-.020A	8.5			11.[illegible] IV	
241697	125954	-58 5519 40114	21 5.929	-58 37 37.24	314.76 + 1.86	+.021B	+.005B	9.7			12.[illegible] III	
241698	125974	-58 5520 40114	21 11.316	-59 2 18.51	314.67 + 1.47	-.009A	+.012A	9.3			12.[illegible] III	
241699	126022	-50 6592 40114	21 12.663	-50 37 9.82	317.55 + 9.36	-.013B	-.024B	9.2			11.F5 V	
241700	126043	-53 5966 40114	21 28.399	-54 19 53.90	316.31 + 5.87	-.002A	-.028A	9.5			[illegible] V	
241701	126023	-58 5523 40114	21 29.961	-58 22 19.55	314.89 + 2.08	-.023B	+.002B	9.5			12.A3/A5 V	
241702	126115	-54 5990 40114	21 53.223	-54 47 32.85	316.20 + 5.42	-.023B	-.040A	7.0			[illegible] III	
241703	126114	-54 5991 40114	21 53.392	-54 21 29.38	316.35 + 5.92	-.022A	-.017A	9.1			13.F2 V	
241704	126150	-52 7212 40114	22 2.195	-53 14 21.10	316.77 + 6.86	-.092A	-.043A	9.3			11.[illegible] V	
241705	126180	-50 6902 40114	22 7.217	-51 16 35.21	317.48 + 8.69	-.023B	-.015B	9.2			11.F3 V	
241706	126164	-58 5529 40114	22 16.336	-58 36 23.72	314.91 + 1.83	-.009A	-.017A	9.6			11.[illegible] V,N	
241707	126161	-54 5596 40114	22 17.284	-54 54 7.18	316.21 + 5.29	-.035A	+.003A	9.5			12.[illegible] V	
241708	126198	-52 7213 40114	22 17.392	-53 13 43.40	316.81 + 6.85	.000A	.000A	8.0			[illegible]	
241709	126162	-56 6267 40114	22 17.467	-56 41 50.65	315.58 + 3.61	-.004B	+.007B	8.3			11.[illegible] III[illegible]	
241710	126222	-51 6941 40114	22 26.457	-52 0 32.22	317.27 + 7.99	-.012B	-.037B	10.4:			11.[illegible] V	
241711	126207	-56 6269 40114	22 27.575	-56 38 3.17	315.62 + 3.46	+.011A	-.007A	9.1			11.[illegible] II/III	
241712	126260	-52 7223 40114	22 42.365	-53 5 56.66	316.92 + 6.96	-.045A	-.040A	10.2:			12.[illegible]/A3 V	
241713	126264	-54 6003 40114	22 51.935	-55 2 3.17	316.25 + 5.14	+.009A	-.012A	7.9			12.K5 III/IV	
241714	126343	-58 5539 40114	23 18.809	-55 0 48.48	314.89 + 1.40	-.022B	-.032A	6.9			12.K1 II	
241715	126405	-49 6973 40114	23 20.905	-50 8 23.53	318.08 + 9.68	-.005B	-.020B	9.0			11.[illegible] V	
241716	126406	-50 6919 40114	23 21.004	-50 26 4.31	317.97 + 9.41	-.001B	-.017B	9.1			11.[illegible] V	
241717	126374	-54 6005 40114	23 22.846	-54 59 59.43	316.33 + 5.15	-.019A	-.028A	3.1			11.[illegible] III/IV	
241718R	126356	-58 5539 40114	23 23.172	-58 57 43.58	314.91 + 1.44	[illegible]	-.008B	9.7			[illegible] V:	
241719	126390	-53 5983 40114	23 25.009	-53 42 54.86	316.79 + 6.34	+.021A	+.003A	8.3			11.F3 V	
241720	126375	-56 6275 40114	23 25.814	-57 3 47.39	315.60 + 3.22	-.070A	-.093A	7.9			11.[illegible] V	
241721	126357	-59 5569 40114	23 27.552	-59 30 43.62	314.73 + 0.93	-.002A	-.014A	9.1			13.B0.5 II	
241722	126436	-56 6276 40114	23 45.631	-56 33 38.03	315.82 + 3.67	-.003A	-.024A	9.7:			11.[illegible] V	
241723R		-59 5577 40114	24 2.837	-59 24 33.97	314.83 + 0.99	-.007A	-.007A	9.71 B	+.23 B	-.66 D		
241724	126488	-51 6660 40114	24 5.267	-52 18 3.32	317.40 + 7.53	-.020A	-.033A	9.5			12.F2 V	
241725R	126449	-59 5578 41114	24 5.548	-59 24 30.59	314.84 + 0.99	-.005A	-.012A	9.79 B	+.25 B	-.69 D	[illegible].5 III:	
241726	126489	-52 7237 40114	24 9.354	-53 2 40.01	317.14 + 6.93	+.001A	-.018A	9.9			11.[illegible] IV	
241727R	126525	-51 8206 20114	24 10.390	-51 42 35.69	317.63 + 8.17	[illegible]	+.028C	7.82	+.79	-	13.G5 V	+11.8B

Tab.11 - Aspetto di parte di una pagina (su microfiche) del SAO Star Catalog edizione 1979.

Zone	Surface	N	d	$\bar{\sigma}$	C7.5	C8.0	C8.5	C9.0	C9.5
+90° to −2°5	21526	133012	6.18	0"28	99.1 %	98.8 %	97.4 %	97.1 %	91.7 %
−2°5 to −30°	9414	59306	6.30	0"32	98.6 %	98.1 %	97.5 %	96.8 %	91.3 %
−30° to −40°	2945	22599	7.67	0"39	99.0 %	99.0 %	98.6 %	96.8 %	93.4 %
−40° to −52°	2995	20673	6.90	0"69	99.2 %	98.8 %	98.6 %	94.9 %	87.8 %
−52° to −64°	2285	17614	7.71	0"24	99.6 %	99.3 %	96.5 %	89.0 %	81.5 %
−64° to −90°	2088	5764	2.76	1"22	95.6 %	87.1 %	71.8 %	55.9 %	43.4 %

Tab. 12 - Densità stellari, accuratezza media delle posizioni all'epoca 1950.0 e livelli di completezza del SAO Star Catalog a diverse magnitudini.

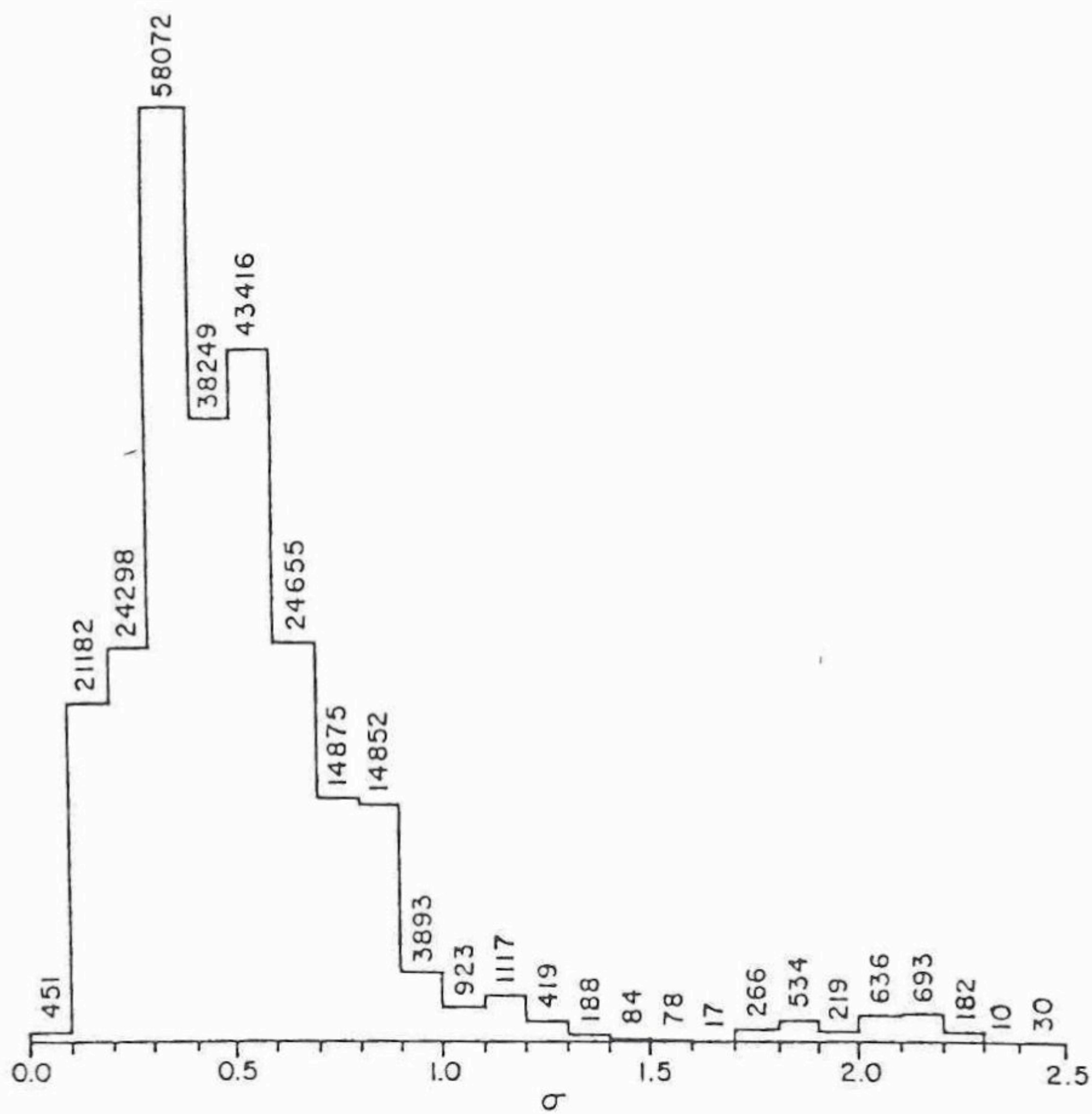


Fig. 12 - Diagramma a barre della deviazione standard della posizione all'epoca 1963.5; il valore medio è 0."5.

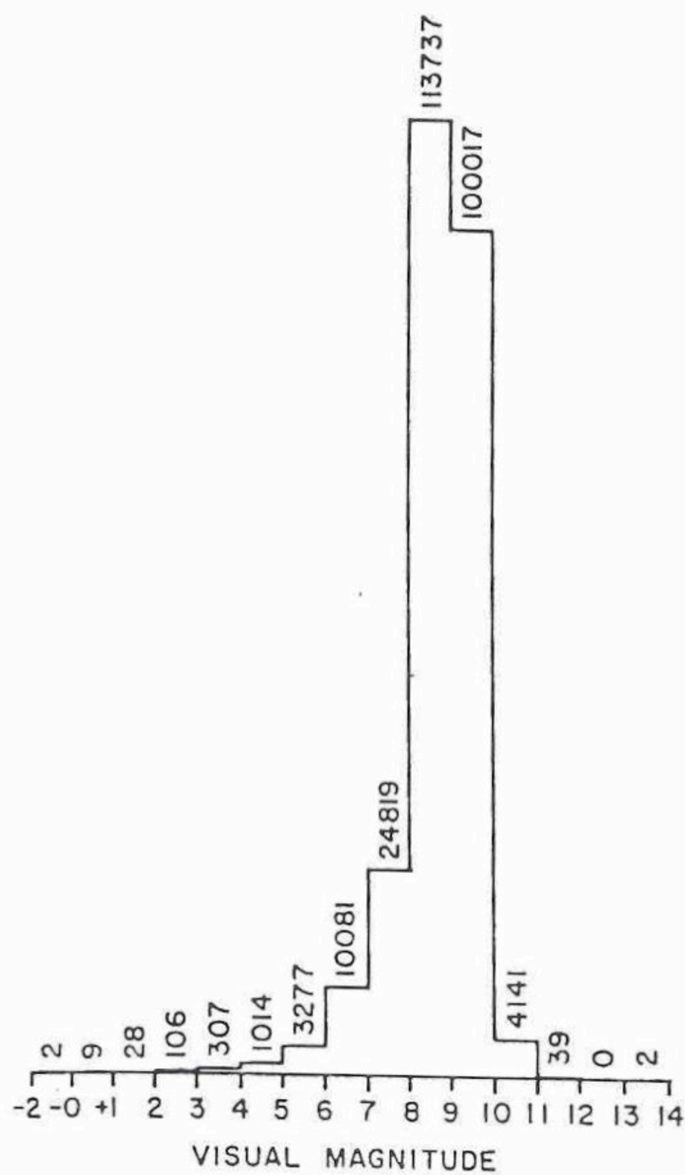


Fig. 13 - Distribuzione delle stelle del SAO Star Catalog in funzione della magnitudine visuale (tratto da AA. VV. 1966, p. XIX). Scegliere stelle di confronto nel range di magnitudine visuale $8.00 \leq m_v \leq 9.99$, implica disporre dell'83% della base dati.

$$E \Rightarrow \bar{\sigma} > 0''.04\ yr^{-1}$$

- M U 2: componente del moto proprio in declinazione, espressa in secondi d'arco per anno.
- V, (B - V), (J - B): fotometria UBV.
- SPECTRUM: tipo spettrale MK.
- R. V.: velocità radiale in km s^{-1}; se positiva indica allontanamento, viceversa avvicinamento.

In tab. 12 compare una sintesi statistica delle caratteristiche del catalogo (tratta da Ochsenbein, F. 1980, p. 78), suddiviso in sei fasce di declinazione. Quelle per noi più interessanti sono comprese fra +90° e -30°: in questa zona vi sono complessivamente

$$N = 133012 + 59306 = 192318 \text{ stelle}$$

con una densità stellare media di circa 6.2 astri per ogni grado quadrato. L'accuratezza media $\bar{\sigma}$ delle posizioni stellari (per l'epoca originale) compare nella quinta colonna da sinistra ed in forma grafica, nella fig. 12 (dedotta da AA. VV. 1966, p. XVIII), è riportato un diagramma di frequenza di σ.

Le colonne dalla sesta (C 7.5) alla decima (C 9.5), indicano il livello di completezza del SAO Star Catalog per alcuni valori di magnitudine limite visuale. La fig. 13 rappresenta su diagramma a barre la distribuzione per magnitudine visuale delle stelle.

i. Smithsonian Astrophysical Observatory Star Atlas.

Dall'omonimo catalogo venne realizzato nel 1969, a mezzo di un plotter comandato dal computer che i dati ospitava, il SAO Star Atlas, indispensabile nell'identificazione e selezione delle stelle di confronto.

L'atlante è costituito da 152 mappe, ciascuna coprente un campo di 22°x22°. Il tipo di proiezione delle mappe venne scelto in relazione alla declinazione degli oggetti da riprodurre:

- stereografica polare per $79° \leq |DEC| \leq 90°$;
- conica di Lambert per $7° < |DEC| < 79°$;
- Mercatore per $-11° < |DEC| < 11°$.

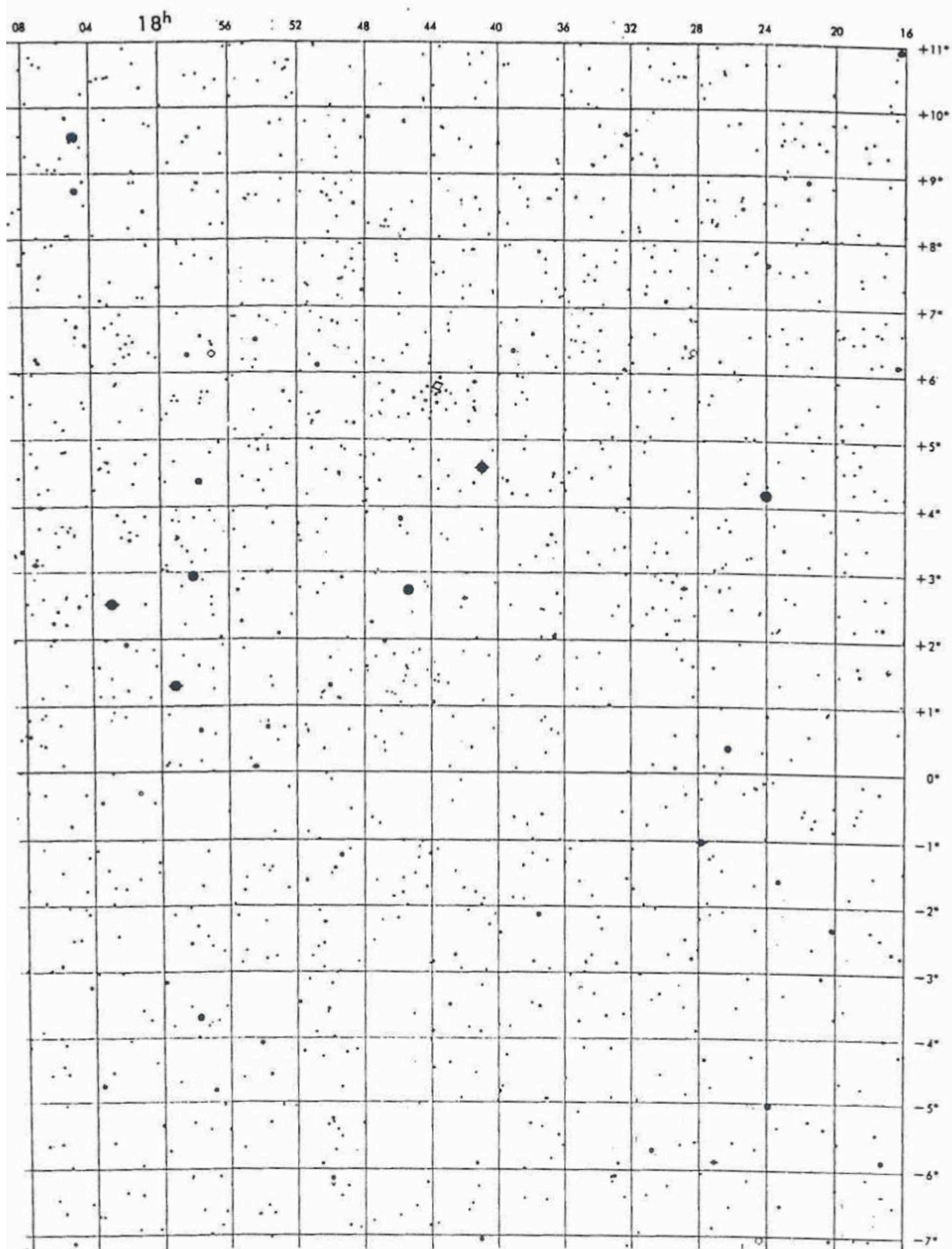


Fig. 14- Aspetto di una mappa del SAO Star Atlas, nella costellazione di Ofiuco, riprodotta a grandezza naturale.

La scala dell'immagine (vedi fig. 9) è $6'.95$ mm^{-1} lungo i paralleli standard di declinazione +6° e -6°, variando altrove secondo il grafico correttivo "Scale Factor" di cui ogni mappa è dotata.

L'accuratezza della posizione dei punti stellari è ± $0'.5$. Grazie ai reticoli graduati su lucido, che corredano il SAO Star Atlas, è possibile stimare le posizioni ad 1' visualmente e sino a $0'.7$ usando una lente d'ingrandimento. In ascensione retta si ha un'accuratezza della stima variabile in funzione della declinazione: si va da circa 6^s all'equatore celeste fino a 8^m per |DEC| = 89° ed ancor più via via che si tende ai poli celesti.

b. Katalog der Astronomischen Gesellschaft.

Il SAO Star Catalog ora descritto, è generalmente atto a fornire circa otto stelle di confronto su campi stellari della dimensione implicita nell'uso di focali pari a 122 cm, quale è quella da noi solitamente adottata. In un prossimo futuro tutte le pose saranno effettuate mediante focale effettiva di circa 2 m, al che la densità stellare media del SAO Star Catalog diverrà insufficiente: meno di 4 astri presenti sull'intero campo abbracciato.

Lo Zweiter Katalog der Astronomischen Gesellschaft (AGK 2), ultimato nel 1953 da Schorr, R. & Kohlschutter, A., si renderà allora indispensabile. Detto catalogo fornisce informazioni su 183266 stelle con $-2^\circ.5 \leq$ DEC $\leq 90^\circ$, raggiungendo una densità stellare di ∿8.5 astri per grado quadrato. La caratteristica di essere inferiormente limitato ad una declinazione di $-2^\circ.5$, porrà serie limitazioni alla precisione degli studi astrometrici su campi stellari di ancor minore declinazione.

Ragioni di economia e reperibilità consigliano l'uso del più aggiornato New AGK 3 Tape di Warren, W. H. il quale presenta, ordinati per ascensione retta crescente, i dati dell'AGK 3 elaborato da Heckmann, O. & Dieckvoss, W. dell'Osservatorio di Hamburg-Bergedorf. Trattandosi di versione su nastro magnetico, sarà opportuno trasferire il contenuto su hard disk per una veloce consultazione a mezzo di personal computer. Insieme al file di dati dovrà essere operante un programma che plotti le stelle nei pressi

del centro lastra sul video o su carta, per consentire il riconoscimento e la selezione delle stelle di confronto (notizia riferita da Colombini, E. 1987a), essendo il catalogo privo di atlante stellare.

Le informazioni presentate dal catalogo per 183145 stelle, sono:

- Numero di identificazione nel catalogo stesso.
- Numero di identificazione nel catalogo Bonner-Durchmusterung.
- Magnitudine fotografica.
- Tipo spettrale.
- Ascensione retta per l'equinozio 1950.0, in forma sessagesimale di ora.
- Declinazione per l'equinozio 1950.0, espressa in forma ssessagesimale di grado d'arco.
- Componente del moto proprio in ascensione retta, espressa in secondi di arco.
- Componente del moto proprio in declinazione, espressa in secondi d'arco.
- Differenza fra i cataloghi AGK 3 ed AGK 2 nel valore del moto proprio in ascensione retta.
- Differenza fra i cataloghi AGK 3 ed AGK 2 nel valore del moto proprio in declinazione.

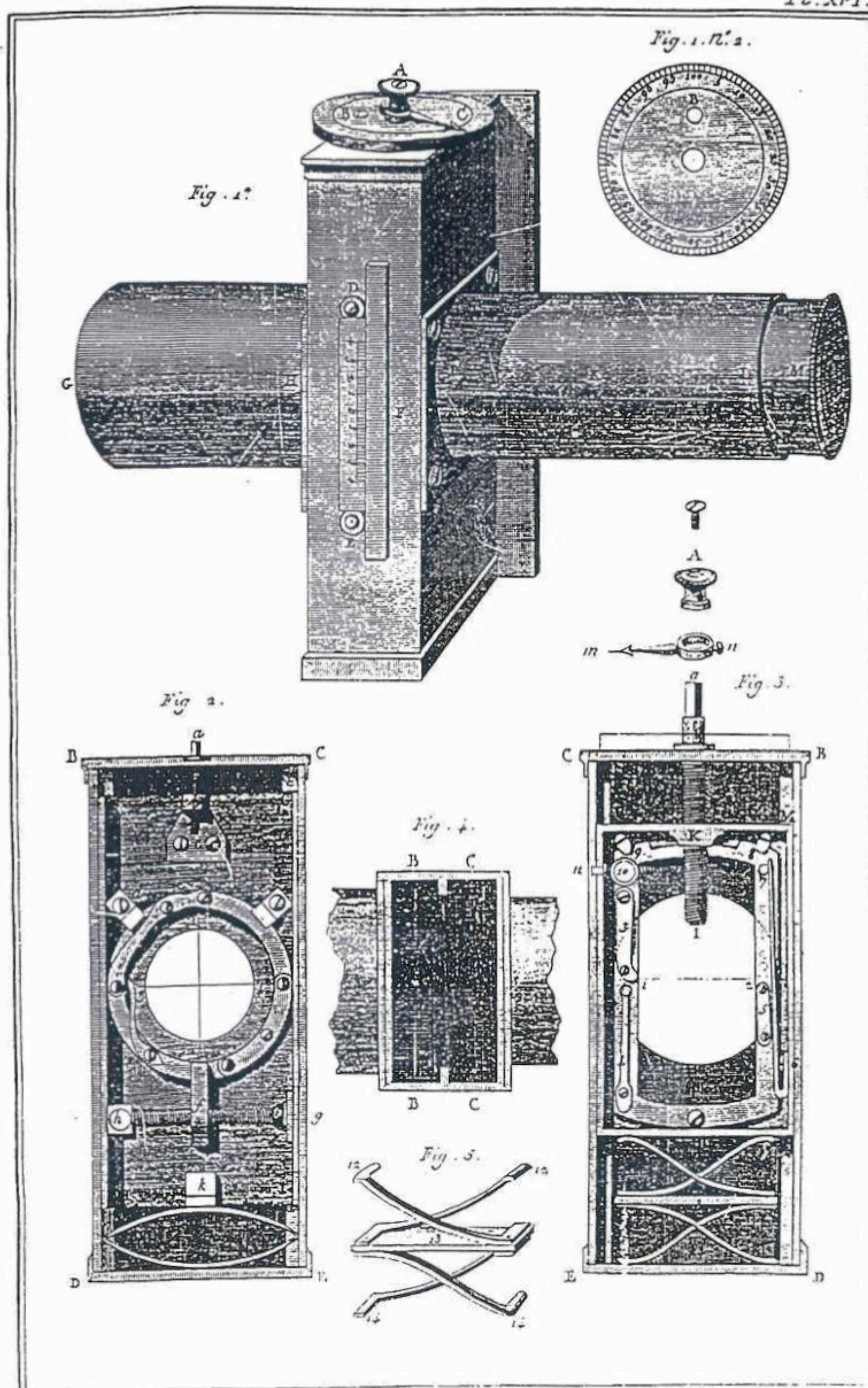
n	magn.	standard error AGK 2 (rev.)	AGK 3
801	$5^{m}.7$	±22.2	±17.7
3068	6.5	20.0	17.7
11365	7.6	17.2	19.5
34435	8.5	15.4	19.4
67387	9.5	15.7	20.3
57555	10.4	16.7	22.7
25538	11.3	19.1	26.1
weighted mean		16.6	21.2

Tab. 13a - Errori standard delle posizioni nel catalogo AGK 3, in funzione della magnitudine fotografica, in unità di 0".01 (da Heckmann, O. & Dieckvoss, W. 1975, p. XXVI).

AGK3 +89°

NO	MG	SP	RA	DECL	EP	N	P.M.		D(EP)	BD	
1	11.0	G2	0 15 11.657	+89 23 17.81	1958.81	2	+ 27	- 36	28.69	+88	1
2	9.0	G8	0 24 23.185	+89 10 7.03	1958.81	2	- 13	+ 20	28.69	+88	2
3	11.5	K5	0 50 38.798	+89 2 22.69	1958.81	2	+ 88	- 63	28.69	+88	3
5	10.7	K2	2 42 9.130	+89 28 3.52	1958.39	2	+ 31	- 1	28.05	+89	2
6	10.3	G8	3 31 0.222	+89 17 52.76	1958.39	2	+ 29	+ 11	28.05	+88	10
7	11.7	G8	4 4 6.721	+89 2 43.91	1958.39	2	+ 16	+ 3	28.05	+88	15
8	10.8	A3	4 15 36.308	+89 22 6.08	1958.39	2	+ 7	+ 12	28.05	+89	6
9	11.7	G8	4 32 38.844	+89 35 51.56	1958.39	2	+ 30	+ 5	28.05	+89	5
10	11.9		4 46 36.363	+89 35 34.11	1958.39	2	+ 150	- 246	28.05		
11	10.3	F2	5 33 47.357	+89 17 59.92	1958.39	2	- 11	- 27	28.18	+89	7
12	10.6	G8	5 36 18.766	+89 5 40.92	1958.39	2	+ 18	+ 12	28.18	+88	20
13	11.0	G0	5 57 42.955	+89 42 39.96	1958.39	2	+ 1	- 27	28.05	+89	4
14	11.3	K2	6 8 5.250	+89 8 49.76	1958.39	2	+ 75	- 67	28.18	+89	8
15	9.1	A3	7 12 31.961	+89 44 52.01	1959.60	13	+ 3	+ 6	29.31	+89	3
16	10.5	G8	8 22 40.687	+89 21 30.29	1959.59	13	- 2	- 8	29.29	+89	9
17	10.3	G0	9 49 26.536	+89 19 44.81	1959.60	13	- 9	+ 3	29.31	+89	12
18	11.3	F8	10 2 24.435	+89 33 19.05	1959.59	13	+ 6	+ 7	29.29		
19	12.2	K3	10 53 4.500	+89 11 23.65	1958.42	2	+ 10	- 8	28.14	+89	16
20	10.0	G0	11 19 7.051	+89 1 28.76	1958.42	2	- 83	+ 16	28.14	+89	17
21	10.9	F2	11 23 5.118	+89 51 53.71	1959.59	13	+ 6	- 3	29.29	+89	1
22	9.8	F2	11 45 50.105	+89 12 24.66	1959.59	13	- 3	- 1	29.29	+89	18
23	11.4	G8	12 30 7.627	+89 25 16.60	1959.60	13	+ 56	- 22	29.31	+89	26
24	11.7		12 30 35.836	+89 5 5.55	1960.01	2	- 16	- 4	29.73		
25	12.6		12 36 18.467	+89 26 21.20	1959.66	10	- 2	- 27	29.39		
26	11.3	G5	12 42 57.651	+89 1 53.31	1960.45	3	+ 2	- 12	30.15	+89	23
27	13.2		12 50 54.416	+89 38 2.51	1959.72	6	- 7	+ 26	29.43		
28	12.6		12 59 32.461	+89 38 11.14	1959.44	12	- 6	- 9	29.17		
29	11.1	G5	13 1 38.864	+89 38 11.64	1959.60	13	- 11	- 4	29.31	+89	37
30	13.0		13 9 40.741	+89 44 53.04	1959.73	4	+ 19	- 8	29.39		
31	10.1	A3	13 15 0.852	+89 13 28.71	1959.60	13	+ 7	- 8	29.31	+89	25
32	12.7		13 36 53.053	+89 40 46.96	1959.88	10	+ 5	- 2	29.60		
33	11.9		13 46 16.814	+89 20 27.28	1959.59	13	- 46	+ 24	29.29		
34	11.0	G8	13 46 54.259	+89 33 26.27	1959.59	13	- 11	+ 3	29.29	+89	35
35	10.5	A5	13 52 19.493	+89 25 1.34	1959.59	13	- 2	+ 6	29.29	+89	29
36	13.3		14 34 17.591	+89 35 31.54	1960.26	3	- 83	+ 11	29.88		
37	13.5		14 45 51.756	+89 39 7.95	1959.73	2	- 92	+ 9	29.33		
38	11.4	G8	14 47 17.401	+89 29 12.69	1959.60	13	+ 6	- 4	29.31	+89	31
39	10.1	K3	15 10 49.508	+89 3 50.02	1960.04	2	+ 4	- 24	29.69	+89	28
40	12.3		15 21 9.763	+89 38 57.76	1959.57	11	+ 21	- 17	29.28		
41	11.9		15 21 43.087	+89 34 16.31	1959.60	13	- 26	+ 16	29.31		
42	10.5	F0	16 0 44.675	+89 26 21.60	1960.10	2	+ 13	- 8	29.68	+89	33
43	10.5	F8	16 3 57.303	+89 38 10.14	1960.10	2	- 16	+ 32	29.68	+89	36
44	10.7	F8	16 27 7.429	+89 5 53.04	1960.04	2	0	+ 32	29.67	+89	30
45	11.6		16 30 35.659	+89 46 57.98	1959.44	12	- 7	+ 10	29.17		
46	10.8	F2	17 0 36.391	+89 15 42.58	1960.10	2	- 21	+ 5	29.68	+89	32
47	10.7	G5	17 6 47.145	+89 19 56.69	1960.10	2	- 13	+ 2	29.68	+89	34
48F	7.9	M2	18 21 20.967	+89 3 3.84	1960.13	8	- 25	+ 13	29.78	+88	112
49	10.4	F5	18 54 51.268	+89 0 2.04	1960.10	2	+ 4	+ 20	29.68	+88	116
50	10.8	F8	20 57 6.689	+89 7 9.89	1959.24	2	- 37	+ 19	28.81	+88	129
51	9.1	A3	21 38 39.789	+89 12 2.33	1959,73	8	- 9	+ 3	29.40	+88	131
53	10.2	G5	22 37 31.789	+89 5 24.08	1958.81	2	- 10	+ 8	28.69	+88	134
54	9.5	A0	22 45 24.497	+89 31 39.37	1958.81	2	- 22	+ 12	28.69	+89	38
55	10.3	G0	23 47 29.314	+89 15 52.88	1958.81	2	- 4	+ 31	28.69	+88	141
56	10.2	G5	23 53 10.377	+89 10 0.71	1958.81	2	- 14	- 2	28.69	+88	142

Tab. 13b - Riproduzione della pag. 1, I vol. del catalogo AGK3, nella edizione originale su carta del 1975.



Capitolo IV
ESECUZIONE DELLE MISURE

a. <u>Notizia delle nuove scoperte</u>

Molteplici sono le vie attraverso cui è possibile ricevere informazioni sulle nuove scoperte, tutte originano comunque dall'Ente preposto dall'International Astronomical Union (I A U) alla raccolta ed elaborazione primaria di tali dati: il Central Bureau for Astronomical Telegrams sito a Cambridge, negli U.S.A. L'ufficio, dopo aver verificato le comunicazioni di scoperta provenienti da astronomi ed astrofili, diffonde la notizia mediante telegrammi, telex e circolari su cartolina. I telegrammi giungono agli osservatorii astronomici professionali in breve tempo, non così le circolari che sono poi la fonte principale di effemeridi dell'oggetto.

In tab. 14 è riprodotta la circolare no. 4460 del 3 ottobre 1987, relativa alla cometa Bradfield (1987s), i cui elementi orbitali parabolici iniziali vengono perfezionati in ellittici grazie a 50 nuove posizioni astrometriche ricevute dal Bureau, la più recente delle quali data 1 ottobre 1987.

Se si considera che la cometa era stata avvistata l'11 agosto 1987, se ne deduce che anche posizioni astrometriche posteriori di 51 giorni alla scoperta, sono utili alla comunità astronomica internazionale.

Vedremo ora di analizzare l'esempio reale di un osservatore che viene a sapere delle nuove scoperte e delle effemeridi cometarie solo attraverso la rivista mensile "l'Astronomia".

La circolare IAU no. 4460 giunge in Italia presumibilmente all'inizio della seconda decade di ottobre ma di essa l'edizione di novembre della rivista pare non avere notizia, presentando effemeridi paraboliche. L'11 novembre lo scarto fra quanto specificato da "l'Astronomia" e le nuove effemeridi del Bureau ammonta a:

$$|\Delta RA| = 21'.7$$
$$|\Delta DEC| = 23'.9$$

Troppo poco per impedire l'avvistamento visuale dell'oggetto necessario all'inseguimento manuale con il telescopio e l'astrografo ad esso solidale.

Tutte queste considerazioni ci portano a rafforzare l'idea che è possibile eseguire un'attività astrometrica utile anche se non si è abbonati al servizio delle IAU Circulars.

Circular No. 4460

Central Bureau for Astronomical Telegrams
INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION

Postal Address: Central Bureau for Astronomical Telegrams
Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, MA 02138, U.S.A.
TWX 710-320-6842 ASTROGRAM CAM Telephone 617-495-7244/7440/7444

COMET BRADFIELD (1987s)

The parabolic orbital elements on MPC 12309 (from observations extending to Sept. 20; ephemeris on MPC 12326) should be replaced by the elliptical result below, based on 50 observations extending to Oct. 1, the most recent of them being the following, by D. Herald, Kambah, near Canberra:

1987 UT	α_{1950}	δ_{1950}
Sept.29.43845	$15^h45^m07^s.41$	$-11°48'26''.9$
Oct. 1.40740	15 50 22.04	−11 16 15.2

Epoch 1987 Nov. 21.0 ET

T = 1987 Nov. 7.2638 ET ω = 73°.8901
e = 0.995299 Ω = 267.3792] 1950.0
q = 0.869152 AU i = 34.0895

1987 ET	α_{1950}	δ_{1950}	Δ	r	m_1
Oct. 2	$15^h51^m.97$	$-11°06'.4$			
4	15 57.45	−10 32.4	1.375	1.067	6.5
6	16 03.05	− 9 57.4			
8	16 08.76	− 9 21.3	1.345	1.028	6.3
10	16 14.60	− 8 43.9			
12	16 20.56	− 8 05.4	1.314	0.992	6.1
14	16 26.65	− 7 25.5			
16	16 32.87	− 6 44.3	1.280	0.959	5.9
18	16 39.23	− 6 01.7			
20	16 45.71	− 5 17.7	1.245	0.931	5.7
22	16 52.34	− 4 32.2			
24	16 59.12	− 3 45.2	1.208	0.908	5.5
26	17 06.04	− 2 56.6			
28	17 13.13	− 2 06.5	1.169	0.889	5.3
30	17 20.37	− 1 14.8			
Nov. 1	17 27.80	− 0 21.5	1.130	0.877	5.2
3	17 35.40	+ 0 33.3			
5	17 43.21	+ 1 29.6	1.090	0.870	5.1
7	17 51.22	+ 2 27.3			
9	17 59.46	+ 3 26.5	1.050	0.870	5.0
11	18 07.95	+ 4 27.1			
13	18 16.71	+ 5 29.0	1.011	0.876	4.9
15	18 25.75	+ 6 32.1			
17	18 35.09	+ 7 36.3	0.973	0.887	4.9

1987 October 3 Brian G. Marsden

Tab.14 - La circolare no. 4460 del Central Bureau for Astronomical Telegrams IAU (3 ottobre 1987).

b. Esposizione e sviluppo delle lastre

La scelta del tempo di esposizione è legata al tipo di pellicola che si adotterà ed alla magnitudine della cometa. Riteniamo che a causa dell'inquinamento atmosferico e luminoso prodotto dalla città, sia alquanto difficile vedere nell'oculare con crocicchio illuminato oggetti di magnitudine totale m_1 maggiore della 9.5. Quanto meno ciò è vero per la maggior parte delle notti estive. Ciò pone un limite superiore al numero di comete che risulta possibile osservare ogni anno: detto limite è molto approssimativamente prossimo a tre - quattro oggetti.

In fig. 15 compare una stampa da negativo di pellicola Ilford HP5, 400 ASA nominali tirati ad 800 in fase di sviluppo commerciale in MICROPHEN per $8^m.5$ a 20°C. La posa è di 3^m su un campo stellare 50° di distanza zenitale e in presenza di Luna quasi piena.

Nonostante che dal punto di vista estetico della fotografia astronomica, un tempo d'esposizione di 3^m è breve, esso risulta ancora eccessivo ai nostri scopi. Da notare che quel fotogramma sovraesposto presenta una sola stella visibile sulla stampa al centro dei cerchi bianchi evidenziatori, si tratta della SAO 122787 marcata "L" e di 6^a magnitudine. Nessuna delle stelle prescelte quali astri di confronto ha dimensioni tali da risultare osservabile se non al microscopio in fase di misura.

In fig. 16 compare il campo delle Pleiadi registrato su pellicola XR100 della Agfa da 100 ASA, tirata a 400 ASA in fase di sviluppo. Con una posa di 4^m le stelle caratterizzate da magnitudini intorno alla 3^a sono diventate dei cerchi assolutamente non misurabili, essendo molto più difficile riferirsi al centro di un dischetto che a quello di un punto. La fig. 16 è un esempio di come non posare per astrometria.

Usando la nuova pellicola Kodak T-MAX 400, delle cui caratteristiche si è già detto al par. II. f., diviene possibile limitare a un solo minuto la posa, sviluppando a 800 o 1600 ASA.
Ciò è oltremodo utile per ridurre i dannosi giochi meccanici che l'attuale motorizzazione del telescopio riflettore di guida presenta. L'alto contrasto proprio della T-MAX 400, ci aiuta poi a limitare il velo di luminosità di fondo cielo.

Sin'ora abbiamo preferito comuni sviluppi fotografici commerciali i quali presentano convenienza economica e tempo impiegato minimo (1 - 2 ore).

Le foto cometarie a scopo astrometrico vanno guidate sulla condensazione centrale, sempre che questa sia visibile: le stelle del campo appariranno come brevi segmenti mentre la cometa manterrà il tipico aspetto diffuso.

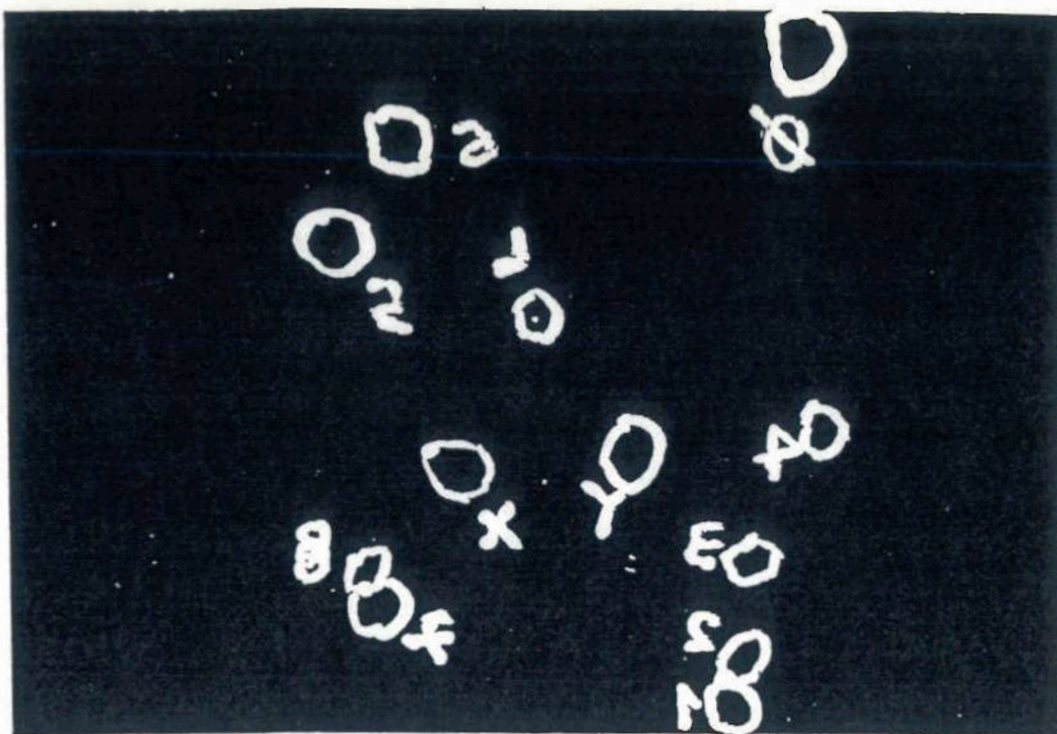


fig. 15 - Campo stellare attorno alla stella SAO 122787 (L)

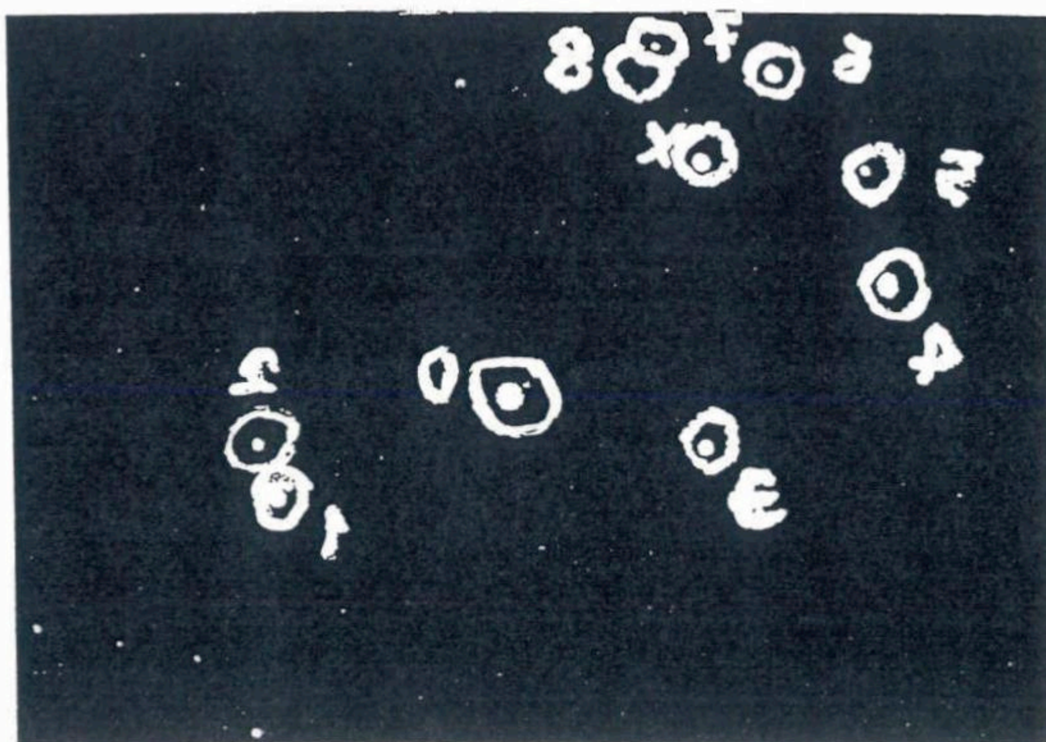


fig. 16 - Campo stellare delle Pleiadi

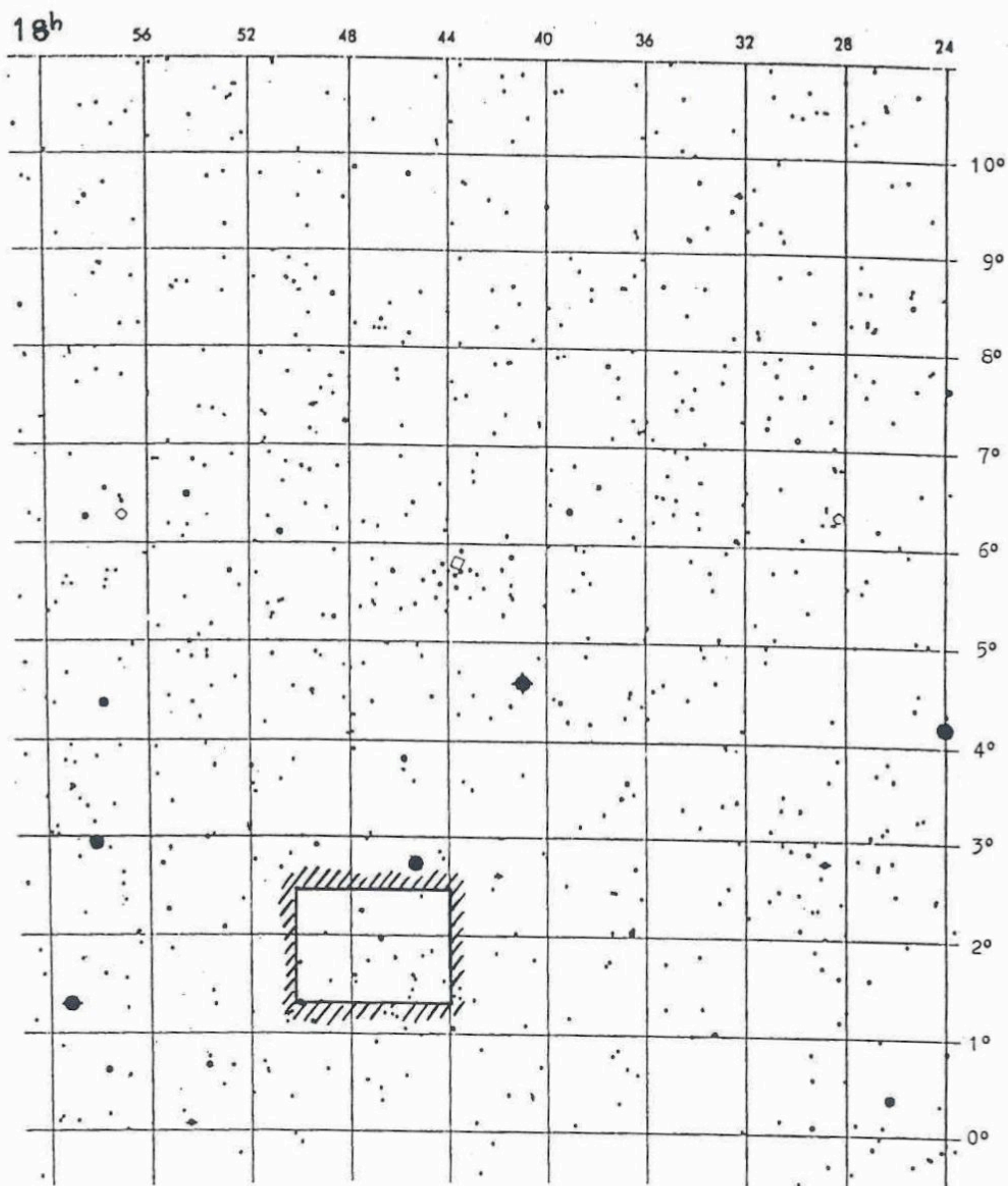


Fig. 17 - Ingrandimento di parte della mappa SAO no. 82 in cui è evidenziato il campo effettivamente studiato, attorno al punto di coordinate $RA_{\emptyset} = 17^h 47^m 18^s$, $DEC_{\emptyset} = + 01^{\circ} 50'$.

Tuttavia, adottando pose di 1^m è improbabile osservare il moto proprio cometario se si considera che la scala immagine del telescopio è pari a circa 170 " mm^{-1}. Si può quindi guidare su una stella sufficientemente luminosa del campo: in tal caso sia la cometa che le stelle di confronto saranno puntiformi.

Una guida accurata è importante in astrometria: al di là dei giochi meccanici nei ruotismi del moto orario, anche la flessione differenziale tra astrografo e telescopio di guida comporta errori sistematici. Un allineamento polare carente dà luogo a rotazione apparente del campo attorno all'astro cui la guida viene diretta; via via che la declinazione aumenta si renderebbe necessario spostare anche la lastra (vedi König, A. 1963, p. 463) mediante congegno a doppia slitta: l'attuale impossibilità di fronteggiare tecnicamente tali difficoltà sconsiglia di seguire i moti cometari sino ad elevate declinazioni. Infine, anche la planarità della pellicola contribuisce all'accuratezza delle posizioni relative delle stelle, riscontrandosi proporzionalità tra ampiezza del campo e sua disuniformità.

c. Individuazione e selezione delle stelle di confronto.

Entriamo ora in una fase operativa ben più complessa del prevedibile. Il problema è duplice: da un lato capire quali degli oggetti presenti sul negativo sono stelle incluse nel SAO Star Catalog, dall'altro stabilire quali fra le possibili stelle di confronto si prefigurano come migliori sulla base di re-

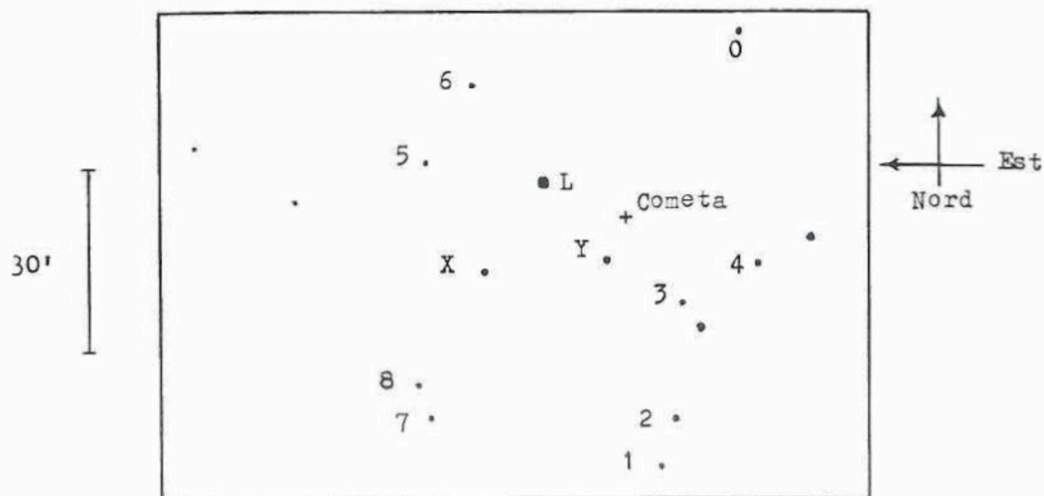


Fig. 18 - Disegno del campo stellare

quisiti di diversa natura. Per comodità, conviene separare il negativo in esame dalla striscia di pellicola ed intelaiarlo come diapositiva per proiettarlo su schermo. Dall'immagine si trae un disegno su carta, utile allo scopo di lasciare il meno possibile la diapositiva nel proiettore ove questa tende a distrorcersi con alterazione di scala. Ancor meglio: ottenere una stampa su carta dal negativo in striscia, prima di separarlo dalle altre pose.

i. Individuazione ed identificazione.

L'operazione di confronto è pittosto lunga, talora anche 1 ora, e questo perché le stelle che compaiono sul fotogramma sono sempre più numerose di quelle presenti sull'atlante stellare. Il SAO Star Catalog, di cui l'atlante è una compilazione, è completo al 91.7 % sino alla magnitudine visuale 9.5 per declinazioni (-2.5 ÷ +90)° e al 91.3 % fino a -30°. Ciò implica che potremo trovare sul fotogramma oggetti stellari che nessun corrispettivo hanno nell'atlante. Inoltre stelle di $m_v \geq 10$, stelle variabili nei pressi del massimo di luminosità e, più raramente, corpi minori del sistema solare.

Edotti delle possibilità di cui sopra, cercheremo di riconoscere particolari allineamenti e triangolazioni di stelle, sino a disporre di almeno quattro e non più di dieci stelle di confronto.

Quindi si deducono dal SAO Star Atlas le prime coordinate celesti, approssimate ad 1', delle confronto e del punto di centro lastra; le stesse vanno poi ricercate sul SAO Star Catalog, fino a che ogni incertezza viene meno. Le stelle di confronto e l'oggetto di posizione ignota (marcato X in fig. 15) vengono allora evidenziati mediante circoli e numerati progressivamente sul negativo fotografico. In fig. 18 appare il disegno del campo di fig. 15; in tab. 15 un esempio dei dati che vanno rilevati dal catalogo per la successiva elaborazione al computer.

ii. Selezione delle stelle di confronto.

La selezione delle stelle di confronto è mirata al raggiungimento di quella configurazione di astri che garantisce la maggiore accuratezza possibile. Tale scelta viene eseguita sia prima dell'elaborazione al computer che durante l'e-

laborazione stessa. Prima della riduzione dati si avrà cura di scegliere:

- le stelle di magnitudine 8^a e 9^a, caratterizzate da minimi circoli di diffusione, requisito questo di notevole importanza (vedi Marsden, B. G. and Roemer, E. 1982, p. 713);
- fra le possibili stelle di confronto presenti nell'atlante, quelle più vicine al corpo minore in esame (vedi Kamp, P. van de 1963, p. 505);
- gli astri che hanno la minima incertezza nelle componenti di moto proprio tabulate sul SAO Star Catalog edizione 1979. Consideriamo, ad esempio, l'aggiornamento della posizione della stella di confronto (4) SAO 122748 per gli effetti del moto proprio. Supponiamo piccole le incertezze delle coordinate tabulate al 1950 e dell'intervallo temporale Δt (vedi cap. I. a. iii. e V. a. i.) rispetto a quelle delle componenti di moto proprio.

Questa analisi si propone di mostrare quanto incide sulla precisione finale della posizione stellare, la propagazione dell'errore durante l'aggiornamento. Di fatto, l'assunto di cui sopra in merito alle incertezze delle coordinate tabulate RA_T, DEC_T e dell'intervallo temporale, permette di stimare il limite inferiore dell'incertezza delle coordinate aggiornate RA_C e DEC_C che formano un punto di riferimento della posizione RA_O, DEC_O del corpo minore. Siano di classe B gli indici di qualità delle componenti di moto proprio, ossia $\overline{\sigma} < 0\overset{''}{.}02\ yr^{-1}$. La nostra miglior stima di RA_C e DEC_C, è:

$$RA_{C,4} = RA_{T,4} + \mu_{RA,T} \cdot \Delta t = 17^h 45^m 05\overset{s}{.}93$$

$$DEC_{C,4} = DEC_{T,4} + \mu_{DEC,T} \cdot \Delta t = 1° 47' 49\overset{''}{.}5$$

ove si sono utilizzati i valori rilevati dal catalogo e presenti in tab. 15. L'errore del secondo addendo nelle somme di cui sopra (vedi Requieme, Y. 1986, p. 7), è:

$$\overline{\sigma}\ (\mu_{RA,C}) = \Delta t\ .\ \overline{\sigma}\ (\mu_{RA,T}) < 0\overset{s}{.}05$$

$$\overline{\sigma}\ (\mu_{DEC,C}) = \Delta t\ .\ \overline{\sigma}\ (\mu_{DEC,T}) < 0\overset{''}{.}8$$

Come si può vedere, si tratta di errore non trascurabile oltre che presente

in misura maggiore o minore in tutte le posizioni aggiornate degli astri di confronto. Per non inficiare l'accuratezza delle coordinate osservate del corpo minore, si rende allora necessario escludere dal gruppo delle stelle di confronto tutte quelle con errore medio delle componenti di moto proprio

$$\bar{\sigma}(\mu_{RA,T}; \mu_{DEC,T}) \geq 0''.02 \ yr^{-1}$$

ossia, quelle contraddistinte da indici di qualità C, D ed E.

Durante l'elaborazione al computer dei dati osservativi e tabulari:

- controllare l'andamento dei residui sulle costanti di lastra A, B, C, A9, B9 e C9, estraendo dall'insieme delle stelle di confronto quelle che presentano i residui in valore assoluto più grandi, sintomo di: imprecisione delle misure (x, y) di posizione sulla lastra della stella cui sono riferite, errore di scala considerevole nella zona della lastra in cui la stella si trova, circolo di diffusione luminosa sensibilmente maggiore di quello medio, errore nell'input dei dati da tastiera.

Tuttavia, ad oggi, il problema di come selezionare le stelle di confron- sulla base dell'analisi dei residui Ri, Ri' delle

$$Ri = a\ Xi + b\ Yi + c - \xi i + Xi\ F^{-1}$$

$$Ri' = d\ Xi + e\ Yi + f - \eta i + Yi\ F^{-1}$$

$(i = 1, 2, \ldots, n;\ n \geq 3)$

dopo la sostituzione delle incognite (a, b, c, d, e, f) con i valori numerici determinati applicando il metodo dei minimi quadrati alle equazioni di condizione, è stato affrontato solo in modo empirico. Un numero ridotto di esecuzioni del programma "Astrometric 1.0" è stato dedicato alla questione anzidetta: in tutti i casi si è riscontrata una diminuzione sensibile ($\sim$ 30 %) degli scarti $|\Delta RA|$ e $|\Delta DEC|$ a seguito della esclusione dal gruppo delle stelle di confronto di quelle che contribuivano con equazioni di condizione **il** cui residuo medio

$$\overline{Rk} = \frac{1}{2}\ (Rk + Rk')$$

era almeno un ordine di grandezza maggiore del valore medio di tutte le altre $\overline{Ri}$:

$$\overline{Ri} = \tfrac{1}{2}\, n^{-1} \sum_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ i \neq k}} (Ri + Ri')$$

La questione è comunque complessa e delicata, in quanto l'esclusione di una o più stelle di confronto diventa causa di errori ancor maggiori se il numero delle stelle rimaste è insufficiente.

Una analisi dei residui al variare del numero delle stelle di confronto, quale quella che appare sintetizzata in fig. 2 per il metodo delle dipendenze, si rende necessaria ai nostri scopi di contenimento degli scarti.

d. Misure.

L'accuratezza delle posizioni astrometriche finali dipende essenzialmente dall'esperienza di chi effettua la misura delle coordinate (x,y) degli astri sulla pellicola.

La pellicola viene posta e compressa fra le apposite lastre in vetro di cui il micrometro Zeiss è dotato. Ad ascensioni rette e declinazioni crescenti devono corrispondere grandezze lineari (x,y) crescenti.

Quindi si ruota il banco micrometrico fino all'allineamento dell'asse y con un cerchio massimo di declinazione, usando il SAO Star Atlas quale riferimento. L'angolo di rotazione iniziale va annotato: la sua lettura dal nonio è incerta ad 1.5, comunque sufficiente allo scopo dato che il metodo di riduzione dati tiene conto di questi errori di allineamento.

A questo punto si effettuano le misure usando quale origine del sistema di assi coordinati un luogo che consenta di far rientrare entro l'escursione massima del micrometro tutti gli astri da considerare.
La fase delle misure è critica, richiedendosi all'operatore di procedere sempre in "avanti" con la scansione della vite micrometrica dell'asse x. Quella dell'asse y del Large Toolmaker's Microscope è di servizio, venendo usata solo per raggiungere e centrare le immagini stellari. Quindi si ruota di 180° il banco goniometrico e si rimisura la pellicola dopo aver azzerato il micrometro dell'asse x: tale operazione consente di evidenziare eventuali errori nelle letture precedenti. La somma delle misure diretta ed inversa deve approssimarsi a 25.000 mm: uno scarto eccessivo è sintomo di errore ed impone di ricominciare dall'inizio le misure.

Dopo aver considerato l'asse delle ascensioni rette, si ripetono le operazioni di cui sopra per quello delle declinazioni, sommando 90° all'angolo di rotazione iniziale (vedi König, A. 1963 ed Everhart, E. 1982).

Tenendo conto della sensibilità del micrometro e del rapporto fra distanza tra tacche contigue ed estensione di una tacca, risulta possibile esprimere le letture al micron. Le cifre che compaiono sotto la voce "Misure" in tab. 15, si riferiscono a due misurazioni "dirette" dello stesso fotogramma. Quale astro di posizione ignota si è considerato quello marcato "X" che, avendo un diametro di ben 172 micron, ci approssima ragionevolmente al caso delle condensazioni centrali cometarie.

MISURE DI: Roberto Alfano

OGGETTO : Cometa Bradfield 1987s e campo astrometrico di prova in Ofiuco nei pressi della stella SAO 122787 (L) di 6ª magnitudine.

FOTOGRAMMA NO. 16 ESPOSTO IL 5 novembre 1988 ORA DI MEDIA ESPOSIZIONE UT: 17 h 29 m 00 s PELLICOLA Ilford HP5 TIRATA IN FASE DI SVILUPPO A ISO 800 .

POSIZIONE COMUNICATA AL MINOR PLANET CENTER IL ______
PUBBLICATA SU MPC NO. ______ : R A ______ DEC ______

NOTE: La stella utilizzata quale incognita è la SAO 122798 (X) di 9ª mag.

Centro lastra: $RA\phi = 17^h47^m18^s$, $DEC\phi = 1°50'$

STELLE DI CONFRONTO

Astro no.	SAO/XXXXX no.	RA(1950.0) h	m	s	MP RA " yr⁻¹	DEC(1950.0) °	'	"	MP DEC " yr⁻¹
0	122749	17	45	07.513	-.019	2	23	32.63	-.010
1	122762	17	45	40.328	-.006	1	22	14.81	-.006
2	122759	17	45	33.183	-.012	1	26	57.42	-.014
3	122758	17	45	31.312	-.012	1	35	54.44	-.005
4	122748	17	45	05.946	-.006	1	47	50.58	-.029
5	122814	17	48	00.115	-.018	2	05	33.52	-.007
6	122804	17	47	34.717	-.021	2	14	38.92	-.002
7	122807	17	47	49.506	-.006	1	31	39.44	-.018
8	122809	17	47	51.160	-.003	1	35	52.53	-.015
Y	122775	17	46	13.757	+.006	1	46	36.65	+.022

MISURE

Astro no.	X1 mm	Y1 mm	X2 mm	Y2 mm
	15.6.1988		21.6.1988	
Y			11.469	12.306
1	3.767	4.455	8.525	3.979
2	3.190	6.043	7.910	5.591
3	3.054	9.161	7.776	8.719
4	0.919	13.222	5.642	12.766
5	15.889	19.140	20.583	18.769
6	13.695	22.275	18.391	21.888
7	14.898	7.544	19.638	7.195
8	15.022	9.015	19.761	8.637
0			5.758	25.037
X	12.283	12.040	17.005	11.649

Tab. 15 - Coordinate misurate e posizioni medie desunte dal SAO Star Catalog.

MISURE DI: ____

OGGETTO : ____

____

FOTOGRAMMA NO. ____________ ESPOSTO IL ________________ ORA DI MEDIA ESPOSIZIONE UT: ____h____m____s PELLICOLA ____________ TIRATA IN FASE DI SVILUPPO A ISO ____________.

POSIZIONE COMUNICATA AL MINOR PLANET CENTER IL ________________
PUBBLICATA SU MPC NO. __________ R A ____________ DEC ____________

NOTE: ____

STELLE DI CONFRONTO					
Astro no.	SAO/AGK3 no.	RA(1950.0) h m s	MP RA "	DEC(1950.0) ° ' "	MP DEC "
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

MISURE				
Astro no.	X1 mm	Y1 mm	X2 mm	Y2 mm
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
X				

Fig. 19 - Modulo riproducibile per la raccolta dei dati.

e. <u>Comunicazione delle posizioni all' IAU Central Telegram Bureau.</u>

Le posizioni astrometriche ottenute sono "vecchie" di almeno 24^h, tanto viene da noi solitamente impigato per lo svolgimento della serie di operazioni sin qui descritte. Comunicare i dati mediante lettera ritarderebbe ulteriormente i loro effetti di altri 15 giorni circa.

Brian G. Marsden, dello Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics cui le osservazioni pervengono, richiede l'uso di più celeri vie di comunicazione (vedi Marsden, B. G. and Roemer, E. 1982, p. 712): telex, telegramma e, in casi eccezionali, telefono. Il telex è senz'altro il mezzo più rapido ed economico, costando solo 5000 Lire per un testo della lunghezza di quello che appare in fig. 20; il numero di codice del destinatario è:

710 320 6842 ASTROGRAM CAM

Il telegramma internazionale, se trasmesso come "Urgente", può competere quanto a velocità con il telex; in fig. 20 compare l'apposito modulo già compilato con una ipotetica posizione astrografica topocentrica della cometa 1987s :

- R A = $17^h47^m12^s.60$, DEC = $1°29'36''.2$.
- T_2 = 1987 novembre 5 alle $17^h29^m00^s$ UT.
- Cometa di magnitudine nucleare $m_2 = 8$, diffusa con condensazione centrale.

Vedremo ora come interpretare e saper comporre i codici alfanumerici prescitti dall'IAU per questo tipo di comunicazioni. Le prime tre parole indicano:

BRADFIELD = Nome scopritore, COMET = Tipo di oggetto, ROSSI = Osservatore.

1 9 5 0 2

Equinozio cui la posizione della cometa è riferita (1950) — Posizione astrometrica accurata (2)

7 1 1 0 5

Cifra finale dell'anno (1987) — Mese (novembre) — Giorno del mese (5)

Mod. 25 mecc. - Cod. 088800 - ed. 1977

TELEGRAFI DELLO STATO

TELEGRAMMA

Qualifica	DESTINAZIONE	PROVENIENZA

Bollo a data

Indicativo di trasmissione	Qualifica	Stato provenienza	N. parole
		IT . .	

Trasmesso il .... ore ....

Trasmittente

Circuito di trasmissione

NUMERO PAROLE DATA ORE — Via o altre indicazioni di servizio

AVVERTENZA — SI PREGA SCRIVERE A MACCHINA O A CARATTERE STAMPATELLO

DESTINATARIO: CENTRAL BUREAU FOR ASTRONOMICAL TELEGRAMS, SMITHSONIAN ASTROPHYSICAL OBS.

E INDIRIZZO: 60 GARDEN STREET, CAMBRIDGE MA 02138, U.S.A.

TESTO ed eventualmente FIRMA:

BRADFIELD COMET ROSSI 19502 71105 72847 17431 26020 12936 22087 41928

78474 ROSSI MARIO, VIA NAZIONALE 15, 20075 LODI, ITALY

Indicazioni obbligatorie, ad uso d'ufficio che vengono trasmesse solo a richiesta del mittente.

COGNOME, NOME, DOMICILIO DEL MITTENTE: ROSSI MARIO, VIA NAZIONALE 15, 20075 LODI

Fig. 20 - Modello esemplificativo di telegramma astrometrico diretto al Central Bureau for Astronomical Telegrams

7 2 8 4 7

Orario di osservazione UT, in frazione di giorno solare medio, accurata entro 0.00001 gg. = $0^{h}.8^{s}$. Si calcola dividendo per 24 l'orario preso in forma sessagesimale: $17^{h}.48333 = 0^{d}.72847$.

1 7 4 3 1

Ore di RA — Minuti di RA — Decine di secondi di RA

2 6 0 2 0

Unità di secondi di RA — Centesimi di secondo di RA — Segno positivo di RA. Segno neg.⇒ 1 — Decine di gradi di DEC

1 2 9 3 6

Unità di gradi di DEC — Minuti di DEC — Secondi di DEC

2 2 0 8 7

Decimi di secondo di DEC — Mag. nucleare m_2 (Mag. totale⇒ m_1) — Magnitudine — Cometa diffusa con condensazione centrale (codice 8) priva di coda (codice −1) da cui:

7 = 8 − 1

Vedi nota (§)

Nota (§):

- Cometa diffusa
  - Con cond. centrale 8
    - Coda <1° 7
    - Coda >1° 9
  - Senza cond. centrale 5
    - Coda <1° 4
    - Coda >1° 6

Per la valutazione dei parametri morfologici vedi Bortle, J. E. 1981, p. 46.

41928

Ultime cinque cifre della somma dei sette gruppi precedenti.
Nel nostro caso:

19502 + 71105 + 72847 + 17431 + 26020 + 12936 + 22087 = 241928

78474

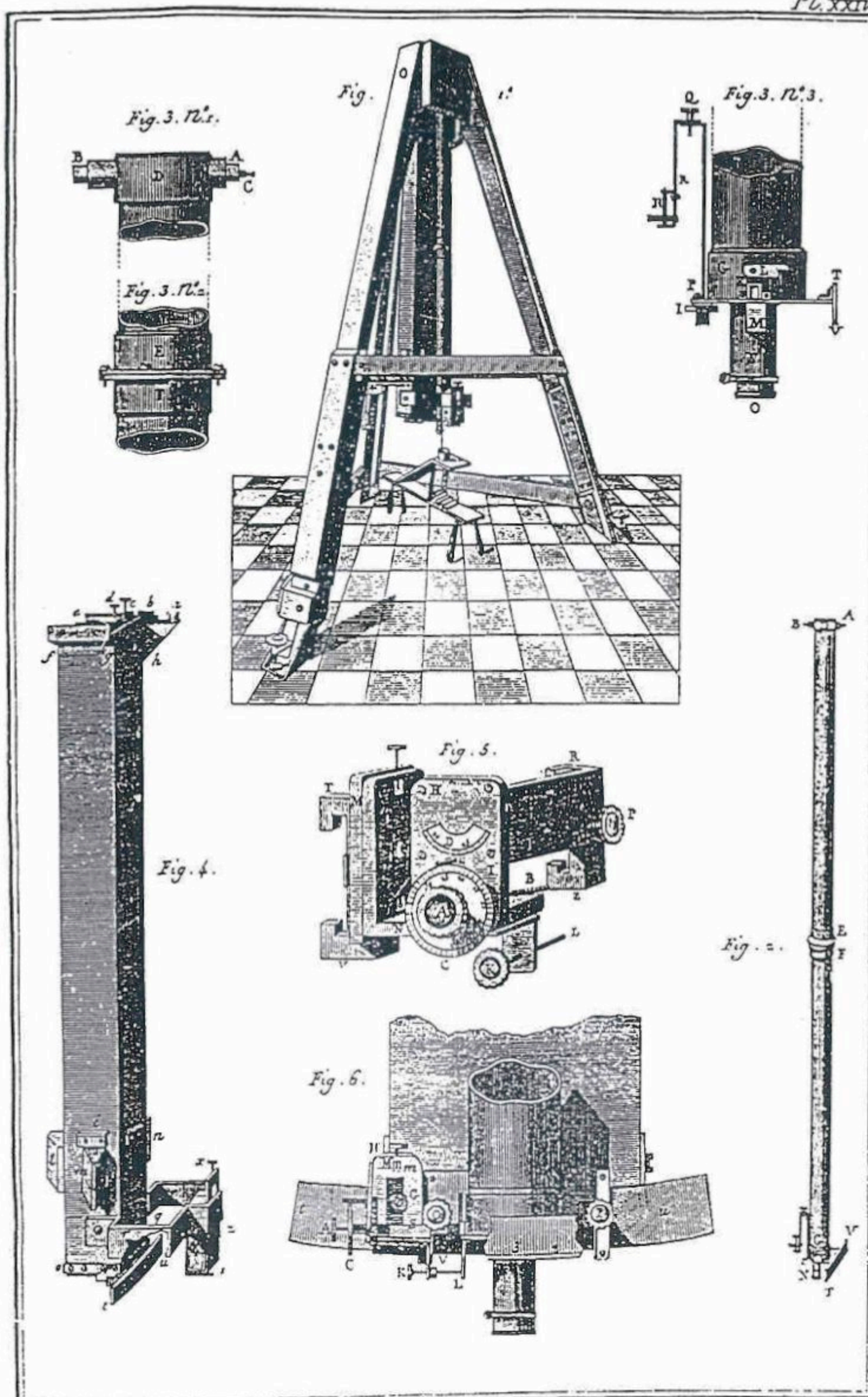
Ultime cinque cifre della somma dei quattro gruppi di RA, DEC, magnitudine ed aspetto cometario. Nel nostro caso:

17431 + 26020 + 12936 + 22087 = 78474

Questi ultimi due gruppi di cinque cifre sono utili all'operatore del Central Bureau for Astronomical Telegrams per controllare la correttezza dell'input dei dati veri e propri nel computer.

Infine seguono il cognome, nome, indirizzo ed eventuale numero telefonico dell'osservatore. Il Bureau consiglia di fornire maggiori dettagli, fotografie e quant'altro ritenuto utile, per posta scrivendo all'indirizzo:

Central Bureau for Astronomical Telegrams,
Smithsonian Astrophysical Observatory,
60 Garden Street,
Cambridge, MA 02138
U. S. A.



Capitolo V
ANALISI STATISTICA

Ci proponiamo ora di esaminare i risultati delle misure effettuate sul campo stellare di fig. 15. Se la natura dei dati lo consentirà, sarà nostro scopo tendere ad una loro combinazione, sì da formare un unico valore di scarto medio (o residuo medio) delle posizioni osservate (RAo, DECo). Detta grandezza accompagnerà le future osservazioni astrometriche, come incertezza delle misure stesse. Si presti attenzione al fatto che la dizione "scarto medio" da noi usata, nulla ha a che fare con l'omonimo valore medio degli scarti i^{-esimi}:

$$n^{-1} \sum_i \delta_i = n^{-1} \sum_i (x_i - \overline{X}) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

talora citato in bibliografia, che già sappiamo essere nullo. La grandezza da noi considerata è invece il valore medio dei valori assoluti delle discrepanze fra coordinate osservate e calcolate (O - C):

$$\Delta RA = RAo - RA_C$$

$$\Delta DEC = DECo - DEC_C$$

a. <u>Dati disponibili</u>.

Nei giorni 15 e 21 giugno 1988, le posizioni (Xi, Yi) delle stelle selezionate dal negativo 16, descritto nel cap. IV. b., sono state misurate ed elaborate me il programma "Astrometric 1.0", di cui al cap. III. g. iii.

In tab. 16 compare in dettaglio quanto ottenuto:

- Data delle misure: epoca delle misure.
- Stelle di confronto, quali: specifica di quali stelle si sono utilizzate, fra quelle disponibili (vedi anche cap. IV. c.).
- Stelle di confronto: quante: numero di astri di confronto.
- RAo, DECo : coordinate astrografiche topocentriche osservate, espresse rispettivamente in forma sessagesimale di tempo e di angolo.

. |ΔRA| : differenza fra i valori di ascensione retta osservata e calcolata, per la stella incognita, in valore assoluto.

. |ΔDEC| : differenza fra i valori di declinazione osservata e calcolata, per la stella incognita, in valore assoluto.

Tab. 16 – Risultati delle misure effettuate il 15 e 21 giugno 1988 sul campo stellare di fig. 15. Gli scarti |ΔRA| e |ΔDEC| (colonne 5ª e 7ª) sono riferiti alle coordinate equatoriali aggiornate all'epoca della foto RA_C, DEC_C della stella SAO 122798 (marcata X in fig. 15).

L'elaborazione è stata effettuata mediante "Astrometric 1.0", versione iniziale del programma attualmente in uso, riportato al cap. II. g. iii.

Data delle misure	Stelle di confronto		R Ao	|Δ R A|	DECo	|ΔDEC|
	Quali	Quante				
15.6.1988	1,3,5–8	6	$17^h 47^m 18^s.795$	".48	1°44'39".22	.36
15.6.1988	1–6	6	17 47 18.789	.39	1 44 41.15	2.29
15.6.1988	1,3–7	6	17 47 18.726	.55	1 44 40.28	1.42
15.6.1988	1,4–8	6	17 47 18.786	.34	1 44 39.65	.79
15.6.1988	2,4–8	6	17 47 18.777	.21	1 44 40.20	1.34
15.6.1988	2–7	6	17 47 18.710	.79	1 44 40.88	2.02
15.6.1988	2–6,8	6	17 47 18.841	1.17	1 44 38.91	.05
15.6.1988	2–5,7,8	6	17 47 18.714	.73	1 44 39.50	.64
15.6.1988	2–4,6–8	6	17 47 18.850	1.30	1 44 39.45	.59
15.6.1988	2,3,5–8	6	17 47 18.786	.34	1 44 39.69	.83
15.6.1988	3–8	6	17 47 18.769	.09	1 44 38.96	.10
15.6.1988	1–3,5–7	6	17 47 18.720	.64	1 44 40.85	1.99
15.6.1988	1–3,6–8	6	17 47 18.867	1.56	1 44 39.46	.60
15.6.1988	1–4,6,7	6	17 47 18.811	.72	1 44 40.80	1.94
15.6.1988	1–5,7	6	17 47 18.650	1.69	1 44 40.62	1.76
15.6.1988	1–5,8	6	17 47 18.778	.22	1 44 38.90	.04
15.6.1988	1,2,5–8	6	17 47 18.799	.54	1 44 40.07	1.21
15.6.1988	1–3,5,6,8	6	17 47 18.841	1.17	1 44 38.99	.13
15.6.1988	1,3–6,8	6	17 47 18.849	1.29	1 44 38.39	.47
15.6.1988	1–4,7,8	6	17 47 18.959	2.94	1 44 38.56	.30
15.6.1988	1–4,6,8	6	17 47 18.959	2.94	1 44 38.56	.30

Data delle misure	Stelle di confronto		R A₀	|Δ R A|	DEC₀	|Δ DEC|
	Quali	Quante				
			h m s	"	° ' "	"
15.6.1988	1→8	8	17 47 18.813	.75	1 44 39.72	.86
15.6.1988	1→7	7	17 47 18.634	1.93	1 44 40.79	1.93
15.6.1988	1→6,8	7	17 47 18.763	.00	1 44 39.06	.20
15.6.1988	1→5,7,8	7	17 47 18.635	1.92	1 44 39.50	.64
15.6.1988	1→4,6→8	7	17 47 18.779	.24	1 44 39.46	.60
15.6.1988	1→3,5→8	7	17 47 18.706	.85	1 44 39.71	.85
15.6.1988	1,2,4→8	7	17 47 18.706	.85	1 44 40.04	1.18
15.6.1988	1,3→8	7	17 47 18.729	.51	1 44 39.31	.45
15.6.1988	2→8	7	17 47 18.695	1.02	1 44 41.07	2.21
21.6.1988	1→8	8	17 47 18.707	.84	1 44 39.53	.67
21.6.1988	0→7	8	17 47 18.636	1.90	1 44 40.76	1.90
21.6.1988	0→6,8	8	17 47 18.727	.54	1 44 41.08	2.22
21.6.1988	0→5,7,8	8	17 47 18.691	1.08	1 44 38.54	1.84
21.6.1988	0→4,6→8	8	17 47 18.758	.08	1 44 38.75	.11
21.6.1988	0→3,5→8	8	17 47 18.706	.85	1 44 40.05	1.19
21.6.1988	0→2,4→8	8	17 47 18.706	.85	1 44 40.05	1.19
21.6.1988	0,1,3→8	8	17 47 18.689	1.11	1 44 39.23	.37
21.6.1988	0,2→8	8	17 47 18.689	1.11	1 44 39.10	.24
21.6.1988	0→6,Y	8	17 47 18.663	1.50	1 44 45.53	6.67
21.6.1988	0→5,7,Y	8	17 47 18.565	2.97	1 44 40.82	1.26
21.6.1988	0→5,8,Y	8	17 47 18.668	1.42	1 44 41.18	2.32
21.6.1988	0→4,7,8,Y	8	17 47 18.724	.58	1 44 37.18	1.68
21.6.1988	0→3,6→8,Y	8	17 47 18.716	.70	1 44 39.79	.93
21.6.1988	0→2,5→8,Y	8	17 47 18.681	1.23	1 44 40.89	2.03
21.6.1988	0,1,4→8,Y	8	17 47 18.654	1.63	1 44 40.66	1.80
21.6.1988	0,3→8,Y	8	17 47 18.626	2.05	1 44 39.47	.61
21.6.1988	0,2→7,Y	8	17 47 18.575	2.82	1 44 41.29	2.43
21.6.1988	0→3,5,7,8,Y	8	17 47 18.659	1.56	1 44 39.58	.72
21.6.1988	1→3,5→8,Y	8	17 47 18.684	1.18	1 44 40.13	1.27
21.6.1988	2→8,Y	8	17 47 18.675	1.32	1 44 39.69	.83
21.6.1988	1→7,Y	8	17 47 18.642	1.81	1 44 40.89	2.03
21.6.1988	1→6,8,Y	8	17 47 18.760	.05	1 44 41.11	2.25
21.6.1988	0,1,3,5→8,Y	8	17 47 18.666	1.45	1 44 40.17	1.31
21.6.1988	0,2,3,5→8,Y	8	17 47 18.666	1.45	1 44 40.07	1.21
21.6.1988	0,1,3,4,6→8,Y	8	17 47 18.707	.84	1 44 39.63	.76
21.6.1988	0→2,4,6→8,Y	8	17 47 18.717	.69	1 44 40.08	1.22
21.6.1988	1→7	7	17 47 18.666	1.45	1 44 40.20	1.34

Data delle misure	Stelle di confronto		R A_o	|Δ R A|	DEC_o	|Δ DEC|
	Quali	Quante				
21.6.1988	2– 8	7	$17^h 47^m 18^s.699$	".96	$1^o 44' 38''.91$	".05
21.6.1988	1– 6,8	7	17 47 18.785	.33	1 44 40.45	1.59
21.6.1988	1– 5,7,8	7	17 47 18.646	1.75	1 44 38.95	.09
21.6.1988	1– 4,6– 8	7	17 47 18.746	.25	1 44 38.97	.11
21.6.1988	1– 3,5– 8	7	17 47 18.713	.75	1 44 39.59	.73
21.6.1988	1,2,4– 8	7	17 47 18.707	.84	1 44 40.01	1.15
21.6.1988	1,3– 8	7	17 47 18.694	1.03	1 44 39.13	.27
21.6.1988	Y,3– 8	7	17 47 18.646	1.75	1 44 39.02	.16
21.6.1988	Y,2,4– 8	7	17 47 18.668	1.42	1 44 40.25	1.39
21.6.1988	Y,2,3,5– 8	7	17 47 18.676	1.30	1 44 39.73	.87
21.6.1988	Y,2– 4,6– 8	7	17 47 18.619	2.16	1 44 39.79	.93
21.6.1988	Y,2– 5,7,8	7	17 47 18.619	2.16	1 44 39.79	.93
21.6.1988	Y,2– 6,8	7	17 47 18.751	.18	1 44 40.36	1.50
21.6.1988	1,2,5– 8,Y	7	17 47 18.685	1.17	1 44 40.69	1.83
21.6.1988	0,1,5– 8,Y	7	17 47 18.673	1.35	1 44 40.74	1.88
21.6.1988	0,2,5– 8,Y	7	17 47 18.675	1.32	1 44 40.67	1.72
21.6.1988	0,3,5– 8,Y	7	17 47 18.645	1.77	1 44 39.27	.41
21.6.1988	1,3,5– 8,Y	7	17 47 18.673	1.35	1 44 39.95	1.09
21.6.1988	1,4,5– 8,Y	7	17 47 18.664	1.48	1 44 40.44	1.58
21.6.1988	2,4,5– 8,Y	7	17 47 18.668	1.42	1 44 40.25	1.39
21.6.1988	0,4,5– 8,Y	7	17 47 18.607	2.34	1 44 40.02	1.16
21.6.1988	1– 3,5,7,8,Y	7	17 47 18.625	2.07	1 44 40.28	1.42
21.6.1988	1,2,4,5,7,8,Y	7	17 47 18.617	2.19	1 44 40.46	1.60
21.6.1988	0– 2,5,7,8,Y	7	17 47 18.664	1.48	1 44 39.95	1.09
21.6.1988	1,3– 5,7,8,Y	7	17 47 18.615	2.22	1 44 39.85	.99
21.6.1988	0,1,3,5,7,8,Y	7	17 47 18.654	1.63	1 44 39.43	.57
21.6.1988	0,1,4,5,7,8,Y	7	17 47 18.644	1.78	1 44 39.83	.97
21.6.1988	1– 3,5,6,8,Y	7	17 47 18.749	.21	1 44 40.68	1.82
21.6.1988	1,2,4– 6,8,Y	7	17 47 18.758	.07	1 44 41.52	2.66
21.6.1988	0– 2,5,6,8,Y	7	17 47 18.692	1.06	1 44 42.58	3.72
21.6.1988	0,2,3,5,6,8,Y	7	17 47 18.673	1.35	1 44 41.60	2.74
21.6.1988	1,3– 6,8,Y	7	17 47 18.742	.31	1 44 40.74	1.88
21.6.1988	0,1,3,5,6,8,Y	7	17 47 18.673	1.35	1 44 41.71	2.85
21.6.1988	1– 3,6– 8,Y	7	17 47 18.713	.75	1 44 39.89	1.03
21.6.1988	1,2,4,6– 8,Y	7	17 47 18.710	.79	1 44 40.24	1.38
21.6.1988	0– 2,6– 8,Y	7	17 47 18.720	.64	1 44 40.10	1.24
21.6.1988	0,2,3,6– 8,Y	7	17 47 18.709	.81	1 44 39.56	.70
21.6.1988	0,1,4,6– 8,Y	7	17 47 18.704	.88	1 44 39.99	1.13

i. Aggiornamento della posizione tabulata delle stelle.

Alfine di stabilire l'entità del residuo (O - C) nelle coordinate astrometriche topocentriche osservate dell'astro considerato di posizione ignota, è indispensabile aggiornare le coordinate equatoriali tabulate per l'epoca 1950.0 all'epoca del fotogramma, nel nostro caso: 1987 novembre 5, $17^{h}.48333$ UTC.

Detto aggiornamento è imputabile all'effetto del moto proprio stellare: la nuova posizione risulta ancora riferita all'equatore ed equinozio del 1950.0. Riflettiamo ora sulla procedura necessaria alla determinazione dell'intervallo temporale $\Delta T = T_2 - T_1$ fra epoca standard del catalogo stellare T_1 ed epoca della foto T_2.

L'epoca della foto è una data del calendario seguita dall'orario accurato al secondo di Tempo Universale Coordinato UTC: questo differisce dal Tempo Universale UT1 propriamente detto, al più di $\pm 0^{s}.90$ (vedi AA. VV. 1984, The Astronomical Almanac for the Year 1985 (Washington: U.S. Government Printing Office) p. M1).

L'epoca standard di un catalogo stellare è una data ed ora la quale definisce il sistema di riferimento delle coordinate celesti tabulate. Nei cataloghi SAO ed AGK 3 da noi utilizzati, queste sono riferite all'equatore ed equinozio medi dell'inizio dell'anno besseliano 1950, nella notazione internazionale attuale: B1950.0. Si rammenta che l'anno besseliano è il periodo di rivoluzione in ascensione retta del sole medio fittizio, moventesi lungo l'equatore celeste con la velocità angolare media del Sole.

Sapendo che vale l'equivalenza (Ibid., p. B4):

$$\text{B1950.0} = \text{1950 Jan. } 0^{d}.923 = \text{JD } 2433282.423 \qquad (1)$$

risulta sufficiente calcolare l'epoca giuliana della foto da quella T_2, e quindi dividere la differenza fra questa e la (1) per il numero di giorni in un anno giuliano:

$$\Delta t = (\text{JD(foto)} - \text{JD(B.1950.0)})/365.25 = 13822.922/365.25 = 37.845 \text{ yr} \qquad (2)$$

Tenendo conto delle considerazioni esposte al cap. I.b.ii., faremo astrazione dalla variazione delle componenti tabulate del moto proprio durante l'intervallo Δt, perché irrilevante rispetto alla deviazione standard delle posizioni tabulate aggiornate all'epoca della foto.

Le coordinate equatoriali della stella SAO 122798 (X), considerata in seguito di posizione ignota ai fini dell'analisi statistica delle caratteristiche della procedura "Astrometric 1.0", all'epoca standard B1950.0 sono:

$$RA_T = 17^h 47^m 18^s.778 \tag{3}$$

$$DEC_T = 1° 44' 39''.62 \tag{4}$$

La posizione media aggiornata dell'astro è data dalle:

$$RA_C = RA_T + \mu_{RA} \Delta t \tag{5}$$

$$DEC_C = DEC_T + \mu_{DEC,T} \Delta t \tag{6}$$

Entrambe le componenti del moto proprio stellare vengono, nell'edizione 1979 del SAO Star Catalog ed in quella dell'AGK 3 del 1975, espresse in secondi d'arco: ciò comporta altri calcoli per convertire la componente in ascensione retta ai secondi di tempo (vedi AA. VV. 1966, p. XIII).

Detta conversione si realizza dividendo l'angolo $\mu_{RA,T}$ per una funzione k della declinazione tabulata sul catalogo. Rammentiamo infatti che 15" in ascensione retta corrispondono ad 1^s solo sul cerchio massimo dell'equatore celeste, dovendo sempre eccedere quest'ultimo valore ad altre declinazioni, come illustrato dalla proiezione stereografica polare di fig. 21.

La funzione k che risponde a tali requisiti è la seguente:

$$k = 15 \cos DEC_T \tag{7}$$

Per $|DEC_T| \rightarrow 90°$ la funzione coseno decresce tendendo a zero. Sostituendo i va

SAO STAR CHART – 1967
EQUINOX AND EPOCH 1950.0
FK4 SYSTEM
STEREOGRAPHIC POLAR PROJECTION

Fig. 21 – Illustrazione dell'effetto di convergenza ai poli dei meridiani nella mappa no. 1 tratta dal SAO Star Atlas. Osservare quanto l'arco associato all'intervallo di 1^h alla declinazione +79° si riduce tendendo al Polo Nord Celeste; non così però avviene della componente di moto proprio in RA, tabulata in secondi d'arco, che permane inalterata nell'ampiezza qualunque sia la declinazione.

ri numerici ai simboli, avremo:

$$\mu_{RA} = \mu_{RA,T} \; k^{-1} = -0''.006 \; (14.993\;049\;05)^{-1} = -0^{s}.000\;4 \; yr^{-1} \qquad (8)$$

E, risolvendo le (5) e (6), si ha:

$$RA_C = 17^{h}47^{m}18^{s}.763 \qquad (9)$$

$$DEC_C = 1°44'38''.86 \qquad (10)$$

Le grandezze ora determinate definiscono una posizione media teorica e preliminare, non essendo ancora fissato il numero delle cifre significative.
Vedremo allora nel seguito come stabilire la deviazione standard delle coordinate dell'astro.

Il campo stellare in cui la SAO 122798 si trova, appartiene alla fascia di declinazione

$$DEC \; (+30° \div -30°)$$

che, nel SAO Star Catalog (Ibid., p. XV), vede posizioni e moti propri derivare dallo Yale Catalogue of the Positions and Proper Motions of 7,996 Stars, +1° to +5° di Barney Y., volume 20 delle Trans. Astron. Obs. Yale Univ. edito nel 1949.

Per questi astri, all'epoca standard T_1 = B1950.0, la deviazione standard delle coordinate era:

$$\sigma(RA_T \; ; \; DEC_T)_{T_1} = 0''.14$$

mentre il valore della deviazione standard delle componenti di moto proprio è noto solo come limite superiore (vedi cap. III. a.), pari a:

$$\sigma(\mu_{RA,T},\ \mu_{DEC,T})_{T_1} < 0''01\ yr^{-1}$$

All'epoca della foto $T_2 = T_1 + \Delta t$, l'incertezza posizionale della "X" (AA. VV. 1966, p. XIV) era:

$$\sigma(RA_T) = \sigma(DEC_T) = (\tfrac{1}{2}((\sigma(RA_T))^2 + (\sigma(\mu_{RA,T})\Delta t)^2 + (\sigma(DEC_T))^2 +$$

$$+ (\sigma(\mu_{DEC,T})\Delta t)^2))^{\frac{1}{2}} \leq 0''4$$

Da cui le coordinate aggiornate:

$$RA_C = 17^h 47^m 18^s.76 \pm 0^s.03 \qquad (11)$$

$$DEC_C = 1^\circ 44' 38''9 \pm 0''4 \qquad (12)$$

b. Trattamento statistico.

Misurare un negativo fotografico con dieci stelle di confronto implica poter disporre di un grande numero di combinazioni di astri, raggruppati in classi di k elementi con k che va da 3 a 8. Nel caso più generale del calcolo combinatorio, si chiamano combinazioni di classe k, di n elementi distinti

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \dots,\ a_n \qquad (n \geq k)$$

tutti i possibili gruppi contenenti ciascuno k degli elementi dati e tali che due gruppi qualsiasi differiscono fra loro per qualche elemento. Algebricamente, il numero di combinazioni $C_{n,k}$ è uguale al rapporto fra numero delle disposizioni $D_{n,k}$ e numero delle permutazioni P_k. Ossia:

$$C_{n,k} = D_{n,k}\, P_k^{-1} = n\,(n-1)(n-2)\ \dots\ (n-k+1)(k!)^{-1}$$

Nel nostro caso n = 10, k = 3, 4, ..., 8 e quindi il numero complessivo di lanci del programma "Astrometric" che avremmo potuto effettuare, sarebbe stato pari a

$$\sum_{\substack{n=10\\ k=3,4,..,8}} C_{n,k} = C_{10,8} + C_{10,7} + \dots + C_{10,4} + C_{10,3} = 957$$

Suddividendo poi i risultati per classe (ossia quantità di stelle di confronto), sarebbe possibile determinare l'andamento dello scarto (differenza fra valore medio teorico e valore sperimentale) in funzione del numero di astri di confronto utilizzati nella riduzione dati.

Tuttavia una simile linea d'azione avrebbe comportato, elaborando i dati mediante "Astrometric 1.0", un notevole ritardo. Abbiamo quindi preferito estrarre e considerare, ai fini della determinazione dell'errore medio nelle posizioni previste, un campione di 192 scarti equamente ripartiti fra ascensione retta e declinazione equivalente al 10 % della popolazione finita di dati. Inoltre, già sappiamo (Colombini, E. 1987a e Kamp, P. van de 1963, p. 503) che il residuo in media diminuisce considerevolmente se il numero di stelle di confronto è maggiore di tre e che si stabilizza oltre

cinque. Il problema di disporre di un numero di stelle di confronto inferiore a cinque è sentito da chi utilizza astrografi di focale maggiore a ~1.8 m, mentre nel nostro caso si hanno quasi sempre almeno otto stelle: tutte queste considerazioni ci portano a limitare il trattamento statistico a combinazioni di sei - otto astri.

Il campione di tab.16 è costituito da:

- 42 stime di posizione, ripartite fra RA e DEC, con 6 stelle di confronto relative alle misure del 15.6.1988.
- 16 stime di posizione, ripartite fra RA e DEC, con 7 stelle di confronto relative alle misure del 15.6.1988.
- 2 stime di posizione, ripartite fra RA e DEC, con 8 stelle di confronto relative alle misure del 15.6.1988.
- 78 stime di posizione, ripartite fra RA e DEC, con 7 stelle di confronto relative alle misure del 21.6.1988.
- 54 stime di posizione, ripartite fra RA e DEC, con 8 stelle di confronto relative alle misure del 21.6.1988.

i. Prime elaborazioni.

In tab.17 è riepilogato l'esito delle prime elaborazioni statistiche cui i dati di tab.16 sono stati sottoposti. Il numero delle cifre significative, dedotto dall'entità dell'errore relativo percentuale, è stato ovunque unitario, essendo $\varepsilon_{rel}\% > 5\%$ (vedi Taylor, J. R. 1986, p.25 e Trevisan, U., p.27).

La base dati è rappresentata dagli scarti $|\Delta RA|$ e $|\Delta DEC|$, riferiti alle coordinate calcolate (9) e (10) delle quali si è detto al capitolo V. a. i., suddivisi nei due esperimenti del 15 e 21 giugno '88.
Abbiamo quindi la necessità di verificare la compatibilità degli scarti prima all'interno di ogni esperimento, poi fra i due esperimenti. Altrimenti acquisterebbe peso l'ipotesi di errori sistematici (ad esempio, dovuti ad imperfetta ortogonalità delle misure micrometriche x,y) nella determinazione delle coordinate equatoriali celesti osservate RAo e DECo.

ii. Coerenza interna alle classi di misure.

Le verifiche di coerenza interna alle classi di misure, come accennato al cap. V. b. i., sono volte alla scoperta di errori sistematici che potrebbero rendere dipendenti le misure micrometriche e disomogenea la distribuzione degli scarti in ascensione retta e declinazione.

Viceversa, sarà possibile riunire in due distribuzioni le quattro di cui alla tab.17, con il vantaggio di fondare le conclusioni statistiche su una base dati numericamente raddoppiata.

Per brevità, d'ora innanzi, le lettere A e B designeranno rispettivamente le combinazioni delle misure del 15 e del 21 giugno '88.
Chiamiamo $\sigma(\overline{\varepsilon}_{A,RA})$ e $\sigma(\overline{\varepsilon}_{A,DEC})$ le deviazioni standard degli scarti medi $\overline{\varepsilon}_{A,RA}$ e $\overline{\varepsilon}_{A,DEC}$ in ascensione retta e declinazione, per la classe A. Dal valore assoluto della differenza fra i valori medi, possiamo trarre una grandezza $\overline{z}_A$ (vedi Taylor, J. R. 1986, p.120):

$$\overline{z}_A = |\overline{\varepsilon}_{A,RA} - \overline{\varepsilon}_{A,DEC}| = 0 .$$

La discrepanza fra i valori medi è nulla, quindi i dati sono coerenti. Procedendo analogamente per la classe B, si ha:

$$\overline{z}_B = |\overline{\varepsilon}_{B,RA} - \overline{\varepsilon}_{B,DEC}| = 0''2 .$$

Differenza fra i valori medi equivalente a due deviazione standard della media

$$\overline{z}_B/\sigma(\overline{\varepsilon}_{B,RA}) = \overline{z}_B/\sigma(\overline{\varepsilon}_{B,DEC}) = 2$$

e quindi, anche in questo caso, i dati sono coerenti. L'accordo fra le distribuzioni ora esaminate, può essere valutato anche graficamente osservando l'immagine di fig. 22. Essa rappresenta le coppie di barre d'errore dei due esperimenti, ove l'ampiezza di ogni segmento tracciato sopra e sotto al punto medio (scarto medio) identifica la miglior stima dell'errore standard, ossia la deviazione standard della media.

Epoca delle misure	Coord. equat. delle stime RA/DEC	No. dati n	Scarto medio $\overline{\varepsilon}$	Dev. standard della media $\sigma(\overline{\varepsilon})$	Errore rel. % $\varepsilon_{rel}\%$	Dev. standard della misura σ	Varianza σ^2
15.6.1988	R A	30	0".9	0".1	14 %	0".7	0.5
15.6.1988	DEC	30	0".9	0".1	14 %	0".7	0.5
21.6.1988	R A	66	1".2	0".1	6 %	0".6	0.4
21.6.1988	DEC	66	1".4	0".1	7 %	1".0	1.0

Tab. 17 - Riepilogo delle prime elaborazioni statistiche.

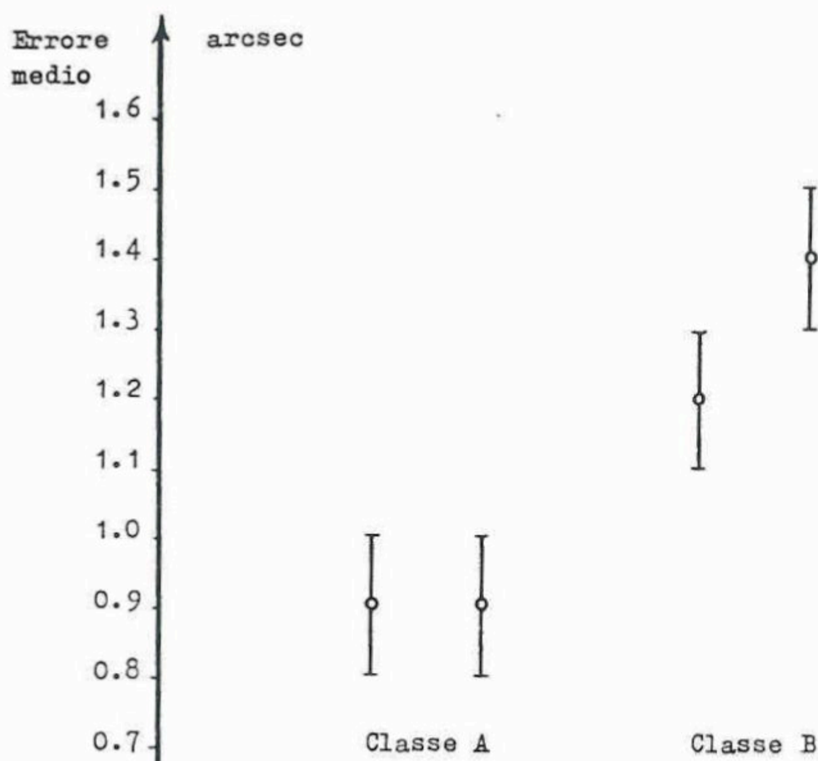


Fig. 22 - Barre d'errore risultanti da prima analisi statistica dei dati.

iii. Coerenza delle classi di misure.

A questo punto è possibile combinare gli scarti in ascensione retta e declinazione, all'interno di ogni classe di misure. Dai valori statistici di tab. 17 si passa a quelli di tab. 18 e, con riferimento a questi ultimi, ci poniamo nuovamente il problema della coerenza.

Agendo come in precedenza, calcoliamo la discrepanza fra gli scarti medi delle due classi:

$$\bar{z} = |\bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B| = 0''\!.4$$

ed osserviamo come tale discrepanza equivale a quattro deviazioni standard

Epoca delle misure	No. dati n	Scarto medio $\bar{\varepsilon}$	Dev. standard della media $\sigma(\bar{\varepsilon})$	Errore rel. % ε_{rel}%	Dev. standard della misura σ	Varianza (arcsec^2) σ^2
15.6.1988	60	0".9	0".1	11 %	0".7	0.5
21.6.1988	132	1".3	0".1	8 %	0".8	0.6
21.6.1988	130	1".2	0".1	8 %	0".7	0.5

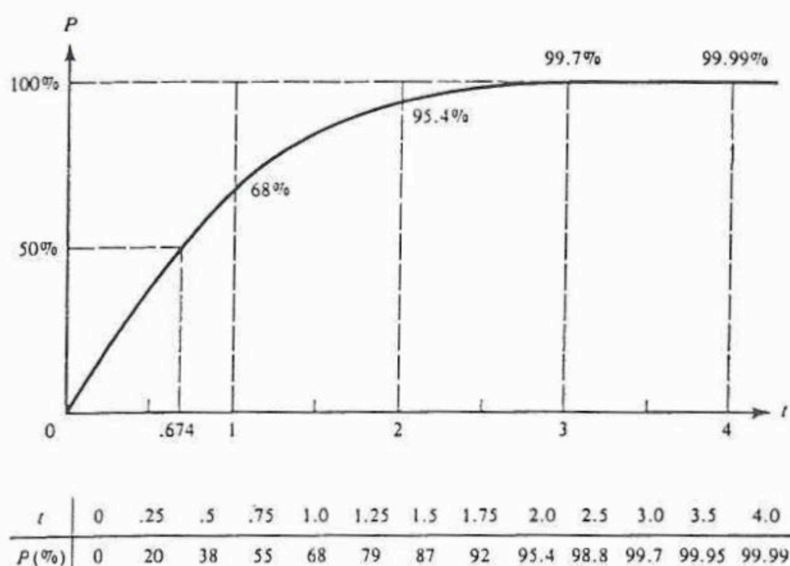
Tab. 18 - Risultati dei due esperimenti. Dopo il rigetto di dati, la 2^a riga si modifica nella 3^a.

della media, quindi eccede il limite di tre da noi considerato soglia di coerenza.

iv. Rigetto di dati.

Quello che noi ricerchiamo è il valore dello scarto medio caratterizzante l'intera distribuzione di dati: sappiamo che il calcolo di questa grandezza deriva da una media aritmetica e che questa operazione è particolarmente sensibile ai punti estremi della distribuzione stessa (vedi Trevisan, U., p. 58).

Esaminiamo ora la fig. 23, tratta da Taylor, J. R. 1986, p. 95, da cui è possibile dedurre come una distribuzione normale ammetta il verificarsi di una misura oltre $t\sigma = 3\sigma$ (σ deviazione standard della misura) con probabilità $P \sim 3$ ‰. Ritenendo scarti simili dovuti ad errore dell'operatore e non al caso, la misura in questione può essere rigettata usando il "criterio del 3σ". Da notare che, mentre nelle verifiche di coerenza fra esperimenti abbiamo usato un raffronto con l'errore standard (o meglio, con la sua miglior stima: la deviazione standard della media), nel rigetto di dati singoli adopereremo l'incertezza dei dati, ossia la deviazione standard della misura.



t	0	.25	.5	.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
P(%)	0	20	38	55	68	79	87	92	95.4	98.8	99.7	99.95	99.99

Fig. 23 - La probabilità P (entro $t\sigma$) che una misura cada entro t deviazioni standard del valore vero.

Alternativamente sarebbe possibile orientarsi verso il criterio di Chauvenet, da noi evitato in questo caso perché comporta rigetto di troppe rilevazioni sperimentali.

Applichiamo quindi il criterio, enunciato alla pagina precedente, alle misure del 21.6.1988 (classe B): il valore $|\Delta \mathrm{DEC}| = 6''67 \sim 6''7$, scarta dalla miglior stima del valore vero

$$t\ \sigma_B = \left| |\Delta \mathrm{DEC}| - \bar{\varepsilon}_B \right| = 5''4 = 6.7\ \sigma_B .$$

Rigettata tale misura, ricalcoliamo il valore medio dell'errore $\bar{\varepsilon}_B$ e la deviazione standard della misura sui 131 dati rimasti; avremo:

$$\bar{\varepsilon}_B \pm \sigma_B = 1''3 \pm 0''7$$

ed applichiamo nuovamente il criterio del 3σ al dato $|\Delta \mathrm{DEC}| = 3''72 \sim 3''7$ che scarta $3.5\ \sigma_B$ dal valor medio. Operando come sopra, otteniamo per le rimanenti 130 rilevazioni:

$$\bar{\varepsilon}_B \pm \sigma_B = 1''2 \pm 0''7 .$$

Osserviamo poi che nessun intervento del genere si rende necessario eseguire sulle misure del 15.6.1988 (classe A), essendo tutti gli scarti da esse derivati compresi entro $3\ \sigma_A = 3''0$.

Riepilogando, le modifiche apportate ai dati di tab. 17 conducono ai risultati di tab. 18 righe 1^a e 3^a, dei quali verificheremo la compatibilità.
Le 66 stime in ascensione retta della classe B, permangono attestate attorno al valor medio

$$\bar{\varepsilon}_{B,RA} \pm \sigma(\bar{\varepsilon}_{B,RA}) = 1''2 \pm 0''1$$

mentre le 64 in declinazione presentano ora:

$$\bar{\varepsilon}_{B,DEC} \pm \sigma(\bar{\varepsilon}_{B,DEC}) = 1''3 \pm 0''1 .$$

La discrepanza tra gli scarti medi vale:

$$\bar{z} = \left| \bar{\varepsilon}_{B,RA} - \bar{\varepsilon}_{B,DEC} \right| = 0''.1$$

che, essendo uguale ad una deviazione standard della media, implica coerenza all'interno della classe B. Non ci resta che stimare il grado di compatibilità tra le due classi di misure:

$$\bar{z} = \left| \bar{\varepsilon}_A - \bar{\varepsilon}_B \right| = 0''.3$$

ossia tre deviazioni standard della media e quindi ancora compatibilità.

v. Scarto medio.

Essendo uguali le incertezze $\sigma(\bar{\varepsilon}_A)$ e $\sigma(\bar{\varepsilon}_B)$, la media pesata necessaria a stabilire lo scarto medio, si riduce ad una media aritmetica:

$$\bar{\varepsilon} = \tfrac{1}{2} \left(\bar{\varepsilon}_A + \bar{\varepsilon}_B \right) = 1''.1$$

Assumendo gli errori delle classi A e B indipendenti e

$$\sigma(\bar{\varepsilon}) = ((\sigma(\bar{\varepsilon}_A)) + (\sigma(\bar{\varepsilon}_B))$$

Noi sappiamo tuttavia che i dati, soprattutto nella classe A, sono troppo pochi per accordarsi in modo eccellente ad una gaussiana, indi adotteremo quale valore finale e prudenziale della deviazione standard dello scarto medio la somma delle incertezze degli scarti medi $\bar{\varepsilon}_A$ ed $\bar{\varepsilon}_B$:

$$\sigma(\bar{\varepsilon}) = \sigma(\bar{\varepsilon}_A) + \sigma(\bar{\varepsilon}_B) = 0''.2$$

avendosi, infine

$$\varepsilon = 1''.1 \pm 0''.2 \qquad (9)$$

vi. Poligonali di distribuzione degli scarti.

Il campione di dati costituente le classi A e B forma la distribuzione di frequenza assoluta degli scarti |△RA| e |△DEC|, di cui alla fig. 24.
Gli intervalli in ascissa fra i punti uniti dalla spezzata sono differenti e le ordinate adattate in ragione inversa dei rispettivi intervalli (vedi Ventsel, E. S. 1983, p. 61 e Trumpler, R. J. and Weaver, H. F. 1953, p. 168).

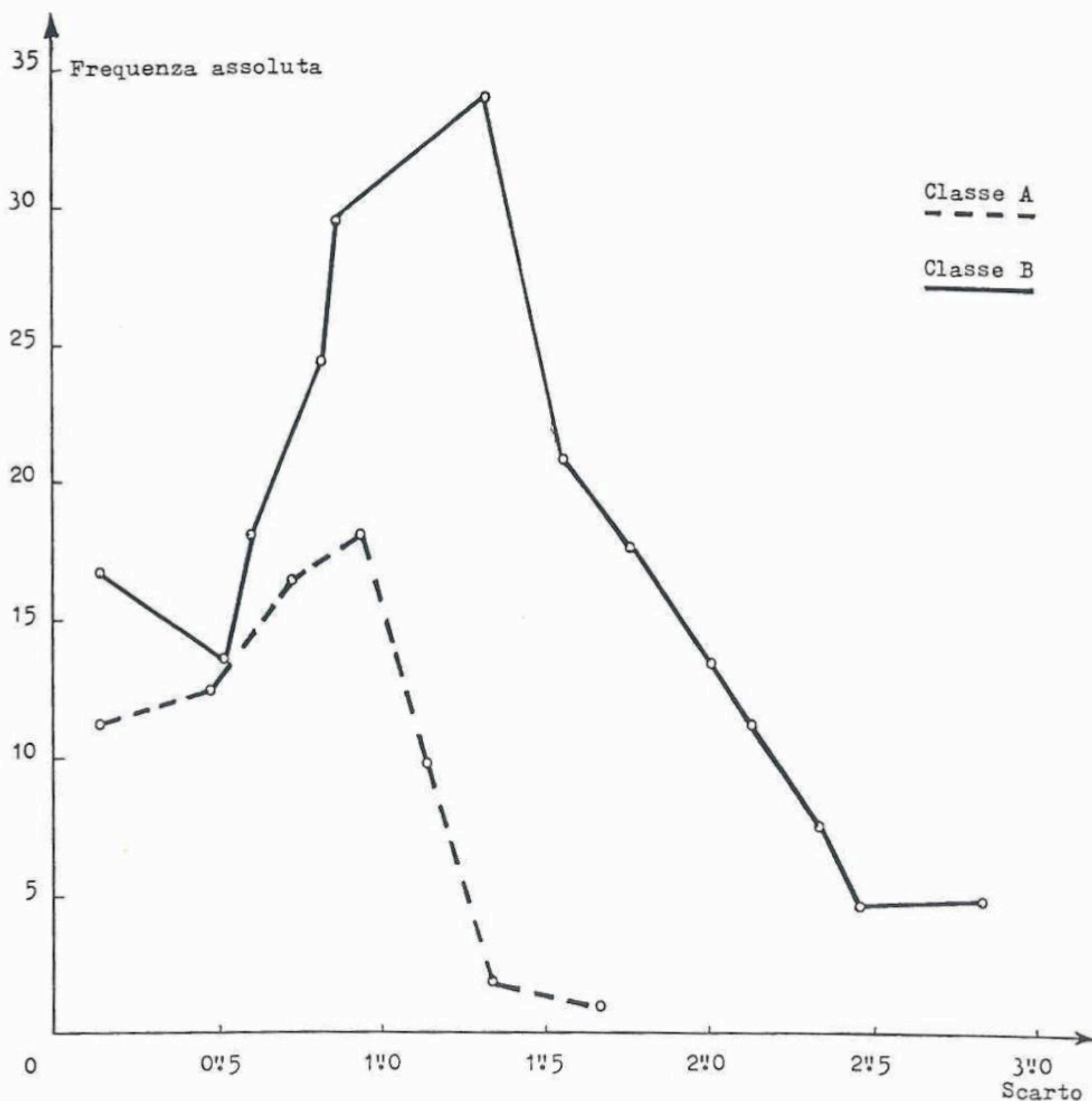


Fig. 24 - Poligonali di distribuzione di frequenza assoluta degli scarti

Come è possibile constatare dalla figura precedente, le funzioni di distribuzione non sono gaussiane.

Grazie al lemma di Bienajmé - Cěbyšev, enunciabile nella forma (Trevisan, U., p. 216):

> "Qualunque sia la distribuzione della variabile x, la probabilità che una misura di x non scarti dalla media più di una quantità prefissata, è limitata inferiormente."

diviene possibile stimare la probabilità di uno scarto dalla media superiore a 3 $\sigma(x)$ (deviazione standard della distribuzione limite di frequenza) per qualsiasi funzione di distribuzione.

Chiamando P la probabilità, x la misura della variabile, $\bar{X}$ il valore medio delle misure ed $\alpha = 3\,\sigma(x)$ la quantità prefissata, risulta

$$(\alpha > \sigma(x)) \qquad P\,(|x - \bar{X}| > \alpha) < \sigma^2(x)\ \alpha^{-2} \sim 10\ \%$$

vii. Mode e mediane.

Le poligonali di distribuzione presentano moda (valore più frequente) pari a 1"0 per la classe A e 1"3 per la classe B, con discrepanza di 0"3.

Sin'ora abbiamo considerato lo scarto medio come unica grandezza caratterizzante le distribuzioni; l'osservazione delle poligonali suggerisce tuttavia la stima della mediana. La mediana M è il valore medio probabile, ossia quello per cui la probabilità che la variabile aleatoria studiata (lo scarto, nel nostro caso) sia maggiore di M è uguale alla probabilità che sia minore. Geometricamente, M è l'ascissa del punto in cui l'area limitata dalla curva di distribuzione (dalla poligonale, in fig. 24), si divide in due parti uguali (vedi Aïvazian, S. 1978, p. 33 e Ventsel, E. S. 1983, p. 86).

Essendo discreta la variabile aleatoria e pari il numero degli elementi di ogni classe, il calcolo della mediana segue dalla disposizione in ordine crescente degli elementi e dalla media aritmetica della coppia di valori centrali:

$$M_A = 0''7$$

$$M_B = 1''2$$

con discrepanza tra le mediane:

$$\Delta M = 0''5$$

c. <u>Considerazioni</u>.

L'analisi statistica ha permesso di stabilire che, a fronte delle attrezzature e delle metodologie adottate, l'accuratezza posizionale solitamente raggiungibile è entro il limite massimo di 2" posto dal Central Bureau for Astronomi-

cal Telegrams, che le posizioni utilizza per determinare o perfezionare effemeridi. E' ora importante riflettere su scelte ed assunti che hanno condotto alla valutazione dello scarto medio:

$$\varepsilon = (1.1 \pm 0.2) \text{ arcsec}$$

Alfine di evitare una sottostima dello scarto medio, della popolazione di dati abbiamo trattato un campione volutamente eterogeneo: i criteri di scelta delle stelle di confronto, esposti al cap. IV. c. ii., tendenti ad incrementare l'accuratezza dei risultati, non sono stati rispettati includendo in prevalenza nel campione quelle combinazioni di stelle che intuitivamente comportavano scarti considerevoli.

Di fatto, abbiamo raggiunto le migliori accuratezze sperimentali (mediamente $1''\!.0 \pm 0''\!.1$) sul campo di fig. 13, usando fra le altre nella riduzione le sei stelle marcate: Y, 3, 5, 6, 7 ed 8.

Viceversa, l'incertezza nella posizione della X cresce a circa 2" adottando le 1, 2, 3, 4 e 0. L'inserzione fra le confronto della L, la quale presenta un circolo di diffusione di 196 μm, implica scarti sulla X di circa 4".

In un prossimo futuro, sarà nostra cura ampliare la base dati esistente mediante misure di altri fotogrammi e ridurre ulteriormente lo scarto medio utilizzando nuova e più precisa strumentazione, consci della fondamentale importanza dell'affermazione di Michael J. Kurtz (1987), dello Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics:

> "Statistical investigations in the real world look to discover things which are buried in the noise of small samples. Very large samples, however, are quite prone to have systematics."

d. Un esempio pratico.

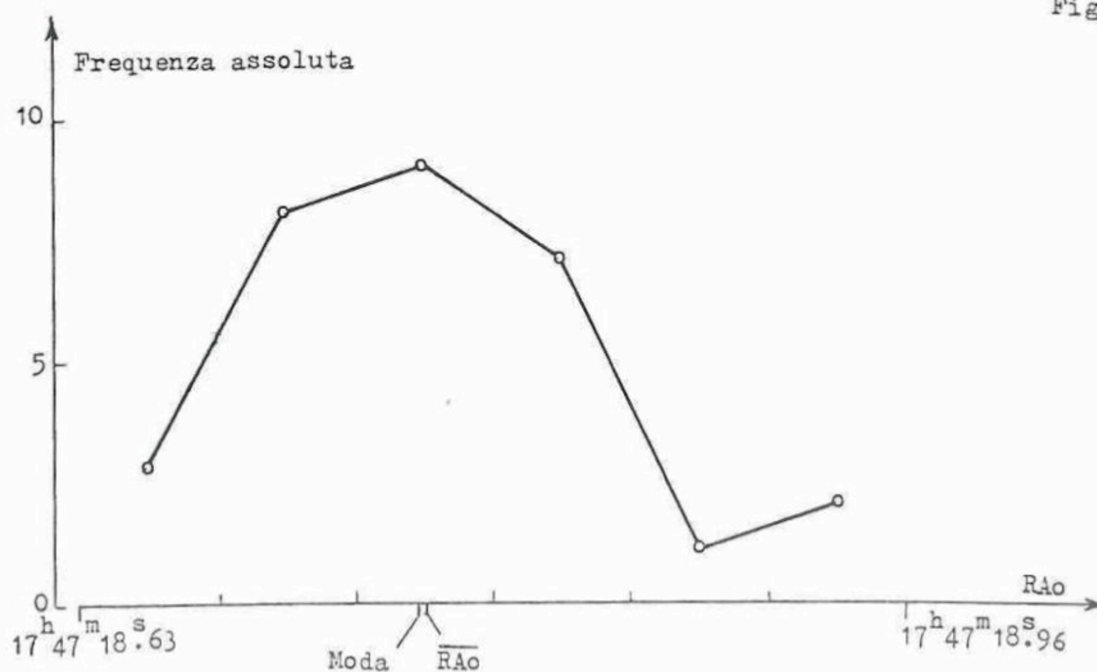
L'esempio che segue è indicativo dei residui ottenibili al seguito di misure realizzate sul campo stellare di fig. 15: la fotografia è stata realizzata rispettando solo parzialmente le regole esposte nel cap. IV.b. Nessun filtro venne anteposto all'obiettivo dell'astrografo durante la foto; alcuna selezione delle stelle di confronto, ragionata sulla scorta del cap. IV. c. ii., è stata volutamente eseguita: tutto ciò rimarca favorevolmente la significatività dei risultati conseguiti.

i. Poligonali di distribuzione delle coordinate osservate.

Dal campione di tab. 16 è stato dedotto il sottoinsieme di posizioni (RAo, DECo) osservate in seguito alle misure del 15.6.1988: si tratta di trenta dati per coordinata equatoriale, ossia trenta posizioni astrometriche derivanti da combinazione delle stelle di confronto. Un caso quindi relativamente consueto nella procedura astrometrica da noi seguita, tendente a minimizzare l'effetto degli errori casuali

Per prima cosa, visualizzeremo la forma della distribuzione di frequenza mediante poligonali:

Fig. 25



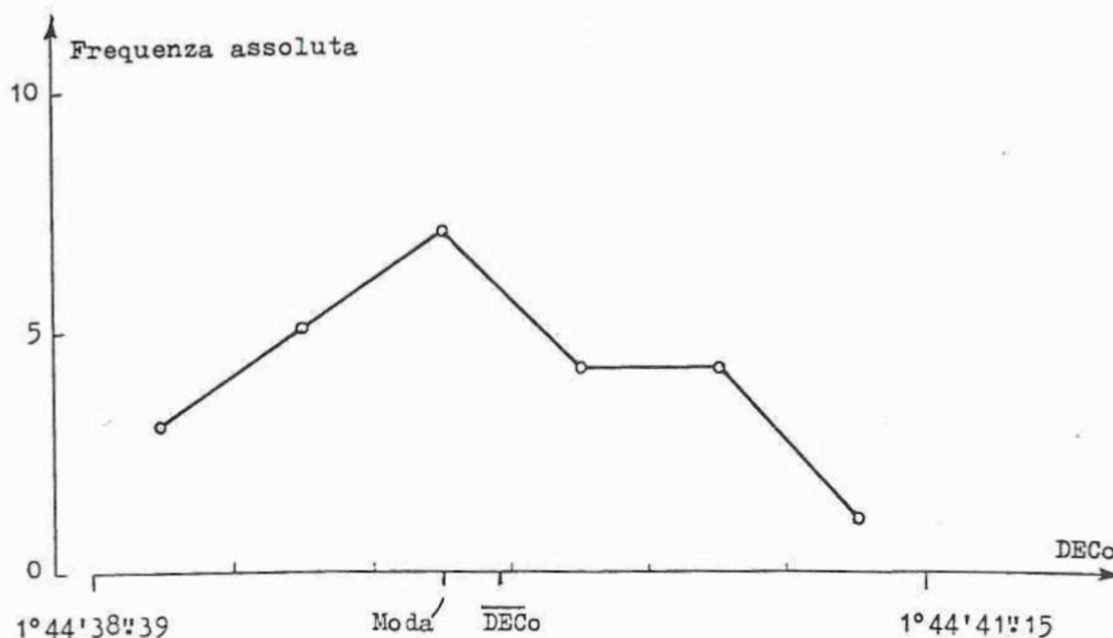


Fig. 26 - Poligonale di distribuzione di frequenza costruita con dati di declinazione osservata DECo. La distribuzione è unimodale con moda DECo = 1°44'39"6 e media $\overline{\text{DECo}}$ = 1°44'39"7.

Nella fig. 25, pagina precedente, la discrepanza

$$(\text{Media} - \text{Moda})_{\text{RAo}} = 0^{s}.05 = 0''.7$$

mentre nella fig. 26 abbiamo

$$(\text{Media} - \text{Moda})_{\text{DECo}} = 0''.1$$

ii. Caratteristiche di posizione e forma.

Nella tab. 19 seguente, sono presentate le principali caratteristiche di forma e posizione per le distribuzioni discrete in esame.
Si tenga presente che il valore di deviazione standard della misura è "adattato", per una più ragionevole interpretazione della dispersione in presenza di un esiguo numero di misure.

Epoca misure	Coord. RA/DEC	Dati no.	Media	Dev. standard della media	Moda	Dev. standard della misura
15.6.1988	RA	30	$17^h47^m18^s.77$	$0^s.02$	$17^h47^m18^s.72$	$0^s.08$
15.6.1988	DEC	30	$1°44'39''.7$	$0''.1$	$1°44'39''.6$	$0''.8$

Tab. 19 - Principali caratteristiche di posizione e forma delle distribuzioni.

iii. Residui delle coordinate medie osservate.

I valori medi dei residui (O - C) sono dati dalla differenza fra i valori medi osservati e quelli tabulari aggiornati:

$$\overline{\Delta RA} = \overline{RAo} - RA_C = 0^s.01 \sim 0''.2 \qquad (10)$$

$$\overline{\Delta DEC} = \overline{DECo} - DEC_C = 0''.8 \qquad (11)$$

Nella valutazione delle incertezze dei residui medi, occorre tenere conto del fatto che i termini delle (10) ed (11) sono riferiti a distribuzioni e che i dati delle distribuzioni di coordinate osservate sono relativamente pochi.

Allora non ci è possibile stimare le incertezze sommando in quadratura le deviazioni standard dei termini sopra citati, bensì mediante somma ordinaria (vedi Trevisan, U. p. 75 e Taylor, J. R. 1986, p. 43):

$$\sigma(\Delta RA) = \sigma(\overline{RAo}) + \sigma(RA_C) = 0''.6$$

$$\sigma(\Delta DEC) = \sigma(\overline{DECo}) + \sigma(DEC_C) = 0''.5$$

e quindi, tenendo conto delle incertezze dei residui (O - C), i risultati sperimentali sono pienamente compatibili con quelli teorici, avendosi:

$$\Delta RA = (0.01 \pm 0.04)^s \sim (0.2 \pm 0.6)''$$

$$\Delta DEC = (0.8 \pm 0.5)''$$

I residui medi (O - C) in ascensione retta e declinazione sono rispettivamente uguali al 10 % ed al 40 % del valore limite superiore, accettabile dal Central Bureau for Astronomical Telegrams, pari a 2".

A P P E N D I C E   I

Come già anticipato al cap. I., le posizioni da noi ottenute e direttamente fornite via telex al Central Bureau for Astronomical Telegrams, sono astrometriche topocentriche e quindi riferite al particolare punto di osservazione sulla superficie terrestre (vedi Marsden, B. G. & Roemer, E. 1982,p. 717). La trattazione che segue, integralmente dedotta da Zagar, F. 1984,p. 199, illustra le operazioni da compiere per convertire in geocentriche le coordinate osservate anzidette. La metodologia è applicabile sia ai pianeti che ai corpi minori del Sistema Solare ed è presentata a scopo esemplificativo. Significato delle grandezze nel testo usate ma di cui nello stesso non è presente definizione:

- H : angolo orario;
- $z' = z_o - (\varphi - \varphi')$, ove z_o è la distanza zenitale osservabile;
- ρ : raggio geocentrico;
- p : parallasse diurna in arcsec;
- φ' : latitudine geocentrica dell'osservatore;
- φ : latitudine astronomica;
- π_o : parallasse orizzontale equatoriale media, ossia l'angolo pari ad 8".80 sotto il quale dal centro del Sole è visto ad angolo retto il raggio equatoriale della Terra quando questa si trova alla distanza media dal Sole.

Correzioni al testo di "Astrometria Fotografica", ediz. 1988

p. 11 riga 9: ... esprimere RA e DEC ...

p. 24 riga 16: $\mu = (\mu^2_{RA,T} + \mu^2_{DEC,T})^{\frac{1}{2}}$

p. 51 riga 29: ... si estende per 30 K.

p. 58 riga 11: ... (40 ± 2)'

riga 15: ... (60 ± 3)'

p. 59 riga 6: ... (85.0 ± 0.6)' = (1.42 ± 0.01)°

p. 83 riga 18: ... della posizione RAo, DECo ...

riga 20: $\sigma < 0''.02 \ yr^{-1}$

riga 26: $\sigma(\mu_{RA,C}) = \Delta t \ . \ \sigma(\mu_{RA,T})$ ...

riga 27: $\sigma(\mu_{DEC,C}) = \Delta t \ . \ \sigma(\mu_{DEC,T})$ ...

p. 84 riga 5: $\sigma(\mu_{RA,T}; \mu_{DEC,T}) \geq 0''.02 \ yr^{-1}$

riga 8: ... sulle costanti di lastra (variabili numeriche A, B, C, A9, B9, e C9), ...

p. 87 riga 4. ... esposto il 5 novembre 1987 ...

p. 101 riga 17: $\sigma(RA_T; DEC_T) = 0''.173$

p. 102 riga 4: $\sigma(RA_C) = \sigma(DEC_C) =$ ...

p. 111 riga 11: ... indipendenti e casuali, avremo:

riga 12: $\sigma(\bar{\varepsilon}) = ((\sigma(\bar{\varepsilon}_A))^2 + (\sigma(\bar{\varepsilon}_B))^2)^{\frac{1}{2}}$

p. 118 riga 17: ... + $\sigma(RA_C) = 0''.7$

p. 119 riga 1: ... = $(0.01 \pm 0.05)^s = (0.2 \pm 0.7)''$

